2

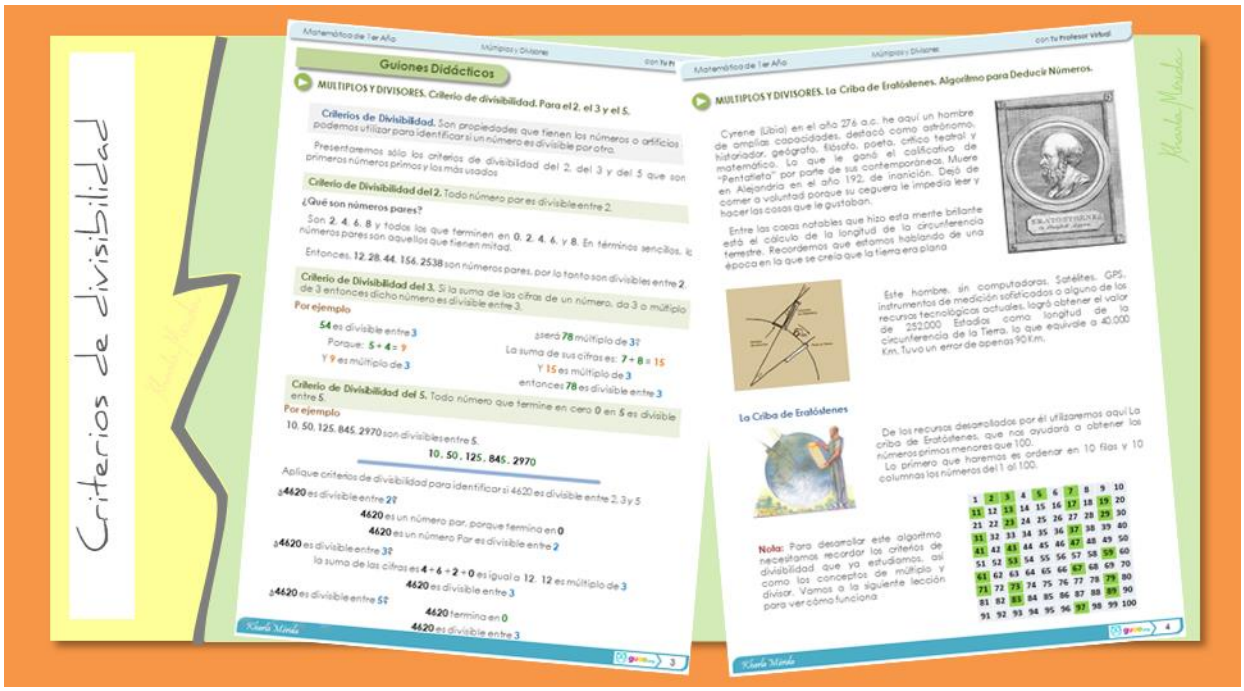
2da Unidad

Múltiplos y Divisores

2.2 Criterios de Divisibilidad, Números Primos Menores que 100. Criba de Eratóstenes

Al tomar decisiones apelamos a nuestros criterios, los principios que rigen nuestro pensar, sentir y actuar. He allí la gran importancia de contar con criterios acertados.

Descripción



Los criterios de divisibilidad son los principios numéricos que gran ventaja nos dan a la hora de descomponer y simplificar números.

Son parte de las herramientas que debemos tener a la mano en el banco de nuestras neuronas, garantizando así tener destreza para reducir expresiones matemáticas a la mínima forma.

Conozcamos entonces los principales criterios de divisibilidad y apliquémoslos para hallar los números primos menores que 100 con la ayuda de el algoritmo que heredamos de Eratóstenes.

Conocimientos Previos Requeridos

Dominio de Multiplicación y División.

Contenido

Múltiplos, Divisores, Números Primos, Números Compuestos, Descomposición de Números en Factores Primos, Primos Relativos, m.c.m., M.C.D.

Videos Disponibles

MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Criterio de divisibilidad. Para el 2, el 3 y el 5

MÚLTIPLOS Y DIVISORES. La Criba de Eratóstenes. Algoritmo para Deducir Números

MÚLTIPLOS Y DIVISORES. La Criba de Eratóstenes. Números Primos Menores que 100

Guiones Didácticos

MULTIPLOS Y DIVISORES. Criterio de divisibilidad. Para el 2, el 3 y el 5.

Criterios de Divisibilidad. Son propiedades que tienen los números o artificios que podemos utilizar para identificar si un número es divisible por otro.

Presentaremos sólo los criterios de divisibilidad del 2, del 3 y del 5 que son los primeros números primos y los más usados

Criterio de Divisibilidad del 2. Todo número par es divisible entre 2.

¿Qué son números pares?

Son **2**, **4**, **6**, **8** y todos los que terminen en **0**, **2**, **4**, **6**, y **8**. En términos sencillos, los números pares son aquellos que tienen mitad.

Entonces, **12**, **28**, **44**, **156**, **2538** son números pares, por lo tanto son divisibles entre **2**.

Criterio de Divisibilidad del 3. Si la suma de las cifras de un número, da 3 o múltiplo de 3 entonces dicho número es divisible entre 3.

Por ejemplo

54 es divisible entre **3**

Porque: **5** + **4** = **9**

Y **9** es múltiplo de **3**

¿será **78** múltiplo de **3**?

La suma de sus cifras es: **7** + **8** = **15**

Y **15** es múltiplo de **3**

entonces **78** es divisible entre **3**

Criterio de Divisibilidad del 5. Todo número que termine en cero **0** en **5** es divisible entre **5**.

Por ejemplo

10, **50**, **125**, **845**, **2970** son divisibles entre **5**.

10 , 50 , 125 , 845 , 2970

Aplique criterios de divisibilidad para identificar si 4620 es divisible entre 2, 3 y 5

¿**4620** es divisible entre **2**?

4620 es un número par, porque termina en **0**

4620 es un número Par es divisible entre **2**

¿**4620** es divisible entre **3**?

la suma de las cifras es **4** + **6** + **2** + **0** es igual a **12**. **12** es múltiplo de **3**

4620 es divisible entre **3**

¿**4620** es divisible entre **5**?

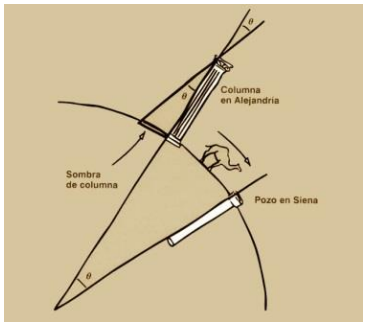
4620 termina en **0**

4620 es divisible entre **3**

MULTIPLOS Y DIVISORES. La Criba de Eratóstenes. Algoritmo para Deducir Números.

Cyrene (Libia) en el año 276 a.c. he aquí un hombre de amplias capacidades, destacó como astrónomo, historiador, geógrafo, filósofo, poeta, crítico teatral y matemático. Lo que le ganó el calificativo de "Pentatleta" por parte de sus contemporáneos. Muere en Alejandría en el año 192, de inanición. Dejó de comer a voluntad porque su ceguera le impedía leer y hacer las cosas que le gustaban.

Entre las cosas notables que hizo esta mente brillante está el cálculo de la longitud de la circunferencia terrestre. Recordemos que estamos hablando de una época en la que se creía que la tierra era plana



Este hombre, sin computadoras, Satélites, GPS, instrumentos de medición sofisticados o alguno de los recursos tecnológicos actuales, logró obtener el valor de 252.000 Estadios como longitud de la circunferencia de la Tierra, lo que equivale a 40.000 Km. Tuvo un error de apenas 90 Km.

La Criba de Eratóstenes

De los recursos desarrollados por él utilizaremos aquí La criba de Eratóstenes, que nos ayudará a obtener los números primos menores que 100.

Lo primero que haremos es ordenar en 10 filas y 10 columnas los números del 1 al 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Nota: Para desarrollar este algoritmo necesitamos recordar los criterios de divisibilidad que ya estudiamos, así como los conceptos de múltiplo y divisor. Vamos a la siguiente lección para ver cómo funciona

MULTIPLOS Y DIVISORES. La Criba de Eratóstenes. Números Primos Menores que 100.

El Algoritmo de la Criba consiste en ir tachando los números múltiplos de los primeros números primos. Ya que tendría al menos 3 divisores: el 1, el mismo número, y el primo del que es múltiplo.

Recuerda:

- si un número tiene más de 2 divisores es compuesto. (ver pág. 36)
- Los primeros 4 números primos son 2, 3, 5 y 7. (ver pág. 36)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Empezaremos tachando todos los números múltiplos de 2, que es el primer número primo.

Recuerda: el criterio de divisibilidad del 2 dice que todo número par es divisible entre 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Múltiplos de 2 (Líneas verdes)

1ro: Tacharemos todos los números pares.

Los números pares son los que están en las columnas de números que terminan en **2**, **4**, **6**, **8** y **0**. (líneas verdes)

Múltiplos de 3 (Líneas rojas)

2do: Tacharemos todos los múltiplos de **3**. Una manera de hacerlo rápido es marcar los números de tres en tres, partiendo del **6**, que es el primer múltiplo de **3** distinto de **3**.

Múltiplos de 5

3ro: Tacharemos todos los múltiplos de **5**.

Los múltiplos de **5** son todos los números que terminan en cero **0** en **5**.

Múltiplos de 7

4to: Tacharemos todos los múltiplos de **7**. Una manera de hacerlo rápido es marcar los números de **7** en **7**, partiendo del **14**. O podemos multiplicar **7** por **2**, **3**, **4**, **5** y así sucesivamente, hasta llegar al mayor número menor que **100**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Hacemos la misma operación con el **11**, **13**, y **17** y observamos que los números que estamos tachando ya han sido tachados por ser múltiplo de alguno de los primos anteriores.

En este punto nos quedan libres los números: **2**, **3**, **5**, **7**, **11**, **13**, **17**, **19**, **23**, **29**, **31**, **37**, **41**, **43**, **47**, **53**, **59**, **61**, **67**, **71**, **73**, **79**, **83**, **89**, y **97**. Que son los primeros 25 números primos.

Familiarizarnos con estos números es fundamental para poder realizar la descomposición de números en factores primos, y para operaciones y simplificación de fracciones.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Debemos conocer ahora, dos conceptos importantes: ***mínimo común múltiplo*** y ***máximo común divisor***.

A Practicar

Los siguientes ejercicios se sugieren como opción para ejemplos, desarrollo de Prácticas Guiadas y/o prueba exploratoria de habilidades logradas.

Para los números dados verificar si son divisibles entre 2, 3 o 5:

1. 765
2. 894
3. 960
4. 1572
5. 3384
6. 6501
7. 12570
8. 15438

Lo Hicimos Bien?

Comprueba que los resultados de tus cálculos estén correctos. Aquí tienes los resultados de las operaciones planteadas:

1. **765** es divisible entre: **3** y **5**
2. **894** es divisible entre: **2** y **3**
3. **960** es divisible entre: **2**, **3** y **5**
4. **1572** es divisible entre: **2** y **3**
5. **3384** es divisible entre: **2** y **3**
6. **6501** es divisible entre: **2** y **3**.
7. **12570** es divisible entre: **2**, **3** y **5**
8. **15438** es divisible entre: **2** y **3**