7

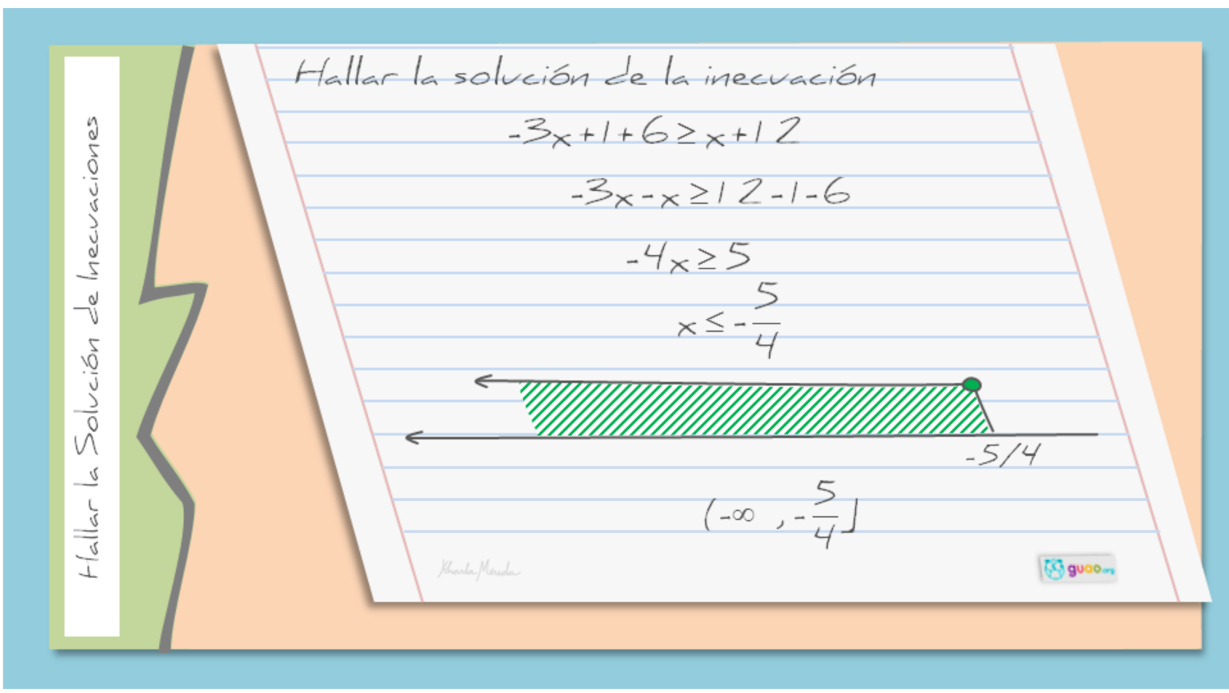
7ma Unidad

Inecuaciones

7.1 Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicios

Tiempo… Cuánto he aprendido en él y de él, como fluir en armonía universal. Si arrebatamos injustamente llegará el tiempo de retornar. Si Damos con inspiración llegará el tiempo de recibir. Es una inefable ley universal.

Descripción



En este objetivo se presentan 6 ejercicios de inecuaciones lineales sencillos, que preparan el terreno para avanzar a inecuaciones de mayor exigencia, y luego a sistemas de inecuaciones. A practicar.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Naturales y los Números Enteros.

Contenido

Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicios, Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicios, Inecuaciones con Calor Absoluto Definición y Ejercicios .

Videos Disponibles

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuación Dada. Ejercicio 1

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuación Dada. Ejercicio 2

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuación Dada. Ejercicio 3

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuación Dada. Ejercicio 4

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuación Dada. Ejercicio 5

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuación Dada. Ejercicio 6

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicio 1

Hallar la Solución de la Inecuación dada y presentar la solución en forma gráfica y como intervalos.

$$2x + 7 < 8$$

Esta inecuación tiene como incógnita x, que está en un solo término, en el primer lado de la desigualdad.

Como es una inecuación lineal, podemos despejar x usando las propiedades. Veamos.

Si sumamos el opuesto de 7 a ambos lados de la inecuación, no se altera el sentido de la desigualdad.

Esta propiedad la vimos en el Objetivo **6.1 Relaciones de Orden en los Reales. Símbolos y Propiedades**.

$$2x + 7 < 8$$

$$2x + 7 + (-7) < 8 + (-7)$$

Ahora, asociamos la suma de 7 y su opuesto.

La suma de opuestos es cero, y efectuamos la suma del 2do lado de la inecuación.

$$2x + [7 + (-7)] < 8 + (-7)$$

7 + (-7) = 0 **propiedad de elemento simétrico**

$$2x + 0 < 8 + (-7)$$

2x + 0 = 2x **propiedad de elemento neutro**

8 + (-7) = 1 suma de enteros con signos distintos

$$2x < 1$$

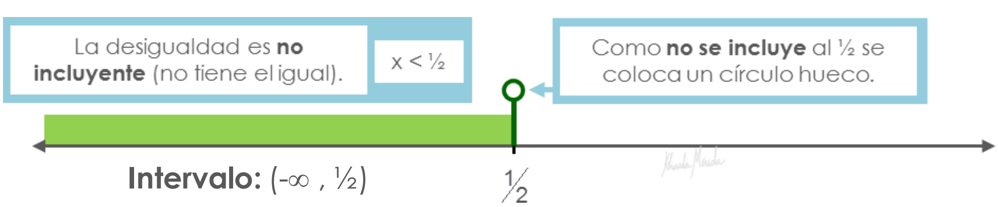
Multiplicamos ambos lados de la desigualdad por ½.

$$\frac{1}{2} \cdot 2x < \frac{1}{2} \cdot 1$$

Simplificamos y obtenemos x menor que ½.

$$x < \frac{1}{2}$$

Para representar en la recta real resaltamos los puntos de la recta correspondiente a los valores menores que ½.



Este procedimiento es formal, aplicando las propiedades de las inecuaciones y de los números reales de forma estricta. Veamos el desarrollo de forma mas ligera, como suele efectuarse cotidianamente.

Procedimiento Informal

$2x + 7 < 8$ El 7 está sumando en el primer lado de la desigualdad

$2x < 8 - 7$ pasa restando al otro lado

Efectuamos la resta 8 – 7

$2x < 1$

El 2 está multiplicando a la x

$x < \frac{1}{2}$ pasa dividiendo al otro lado

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicio 2

Hallar la Solución de la Inecuación dada y presentar la solución en forma gráfica y como intervalos.

$$4x - 1 \geq 2(1 - x)$$

Esta es una inecuación lineal, es decir, de grado 1. Tiene como incógnita x, que está en ambos lados de la desigualdad, debemos reunirla en un solo lado para obtener la solución.

$$4x - 1 \geq 2(1 - x)$$

Procedimiento Formal

$$4x - 1 \geq 2(1 - x)$$

Aplicando propiedad distributiva del 2 respecto a (1 – x)

$$4x - 1 \geq 2 - 2x$$

Sumando 2x de ambos lados

$$4x - 1 + 2x \geq 2 - 2x + 2x$$

¿Qué observas en la expresión del 2do lado de la igualdad?

Tenemos una suma de opuestos, -2x + 2x

$$4x - 1 + 2x \geq 2 - 2x + 2x$$

Asociando 4x + 2x y – 2x + 2x

$$(4x + 2x) - 1 \geq 2 + (-2x + 2x)$$

¿Qué propiedad se aplicó y no se mencionó?

Propiedad Conmutativa para acercar los términos 4x y 2x: 4x - 1+ 2x = 4x + 2x - 1

Efectuamos las sumas 4x + 2x = 6x y – 2x + 2x = 0

$$6x - 1 \geq 2 + 0$$

Elemento Neutro: 2 + 0 = 2

$$6x - 1 \geq 2$$

$6x - 1 \geq 2$ — Sumamos 1 a ambos lados

$6x - 1 + 1 \geq 2 + 1$ — Suma de opuestos $-1+1 = 0$

$6x + 0 \geq 2 + 1$ — Elemento Neutro $6x + 0 = 6x$

$6x \geq 2 + 1$ — Suma de enteros $2 + 1 = 3$

$6x \geq 3$

¿Qué hacemos ahora?.

$\frac{1}{6} \cdot 6x \geq \frac{1}{6} \cdot 3$ — Multiplicamos ambos lados por $\frac{1}{6}$

$x \geq \frac{3}{6}$ — Simplificamos

$x \geq \frac{1}{2}$ — Solución: $[1/2, \infty)$

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicio 3

Hallar la Solución de la Inecuación dada y presentar la solución en forma gráfica y como intervalos.

$$-3x + 1 + 6 \geq x + 12$$

Esta inecuación tiene como incógnita x, que está en un término del primer lado de la igualdad, y en un término del segundo lado de la igualdad.

$$-3x + 1 + 6 \geq x + 12$$

Como es una inecuación lineal, podemos despejar x de forma sencilla. Esta vez lo haremos sin formalidad, aplicando las reglas de despeje.

Reunimos los términos que contienen x en el primer lado de la desigualdad.

x está sumando en el 2do lado de la inecuación — $-3x + 1 + 6 \geq x + 12$

pasa restando al 1er lado de la inecuación — $-3x - x + 1 + 6 \geq 12$

1 y 6 pasan restando al 1er lado de la inecuación — $-3x - x \geq 12 - 1 - 6$

Efectuamos las sumas algebraicas indicadas — $-4x \geq 5$

Pasamos -4 dividiendo al otro lado de la desigualdad. — $x \leq -\frac{5}{4}$

Pasar un número negativo de un lado a otro de una desigualdad (de orden), cambia el sentido de la desigualdad.

¿En qué propiedad se basa esa regla?

El coeficiente de la x es negativo.

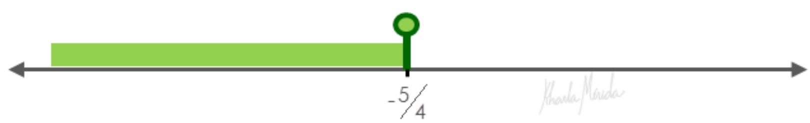
$$-4x \geq 5$$

Cuando se multiplica ambos lados de una desigualdad por un número negativo, cambia el sentido de la desigualdad.

$$-\frac{1}{4}\cdot(-4x) \leq -\frac{1}{4}\cdot 5$$

Simplificando y multiplicando fracciones

$$x \leq -\frac{5}{4}$$



$$\left(-\infty, -\frac{5}{4}\right]$$

Nota: Ver el objetivo **6.1 Relaciones de Orden en los Reales. Símbolos y Propiedades**, página 6, para recordar las propiedades de orden de los números reales.

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicio 4

Hallar la Solución de la Inecuación dada y presentarla en forma gráfica y como intervalos.

$$-x(2-3x)-2x^2 \geq 12-4x+x^2$$

Recordemos. Cuando se pasa un número negativo multiplicando o dividiendo, de un lado a otro de la desigualdad, cambia el sentido de la desigualdad.

$$-x(2-3x)-2x^2 \geq 12-4x+x^2$$

Propiedad Distributiva de $-x$ por $2-3x$

$$-2x+3x^2-2x^2 \geq 12-4x+x^2$$

Tenemos dos términos semejantes, efectuamos la resta: $3x^2-2x^2=x^2$.

$$-2x+3x^2-2x^2 \geq 12-4x+x^2$$

$$-2x+x^2 \geq 12-4x+x^2$$

Debemos reunir todos los términos que contienen x en el primer lado de la igualdad. ¿Qué debemos hacer para eso?.

Importante: Hallaremos la solución de esta y las próximas inecuaciones aplicando reglas de despeje. En caso de que desees verlo desarrollado de manera formal, aplicando las propiedades de los números reales, puedes solicitarlo a través de un comentario.

Pasamos $4x$ y x^2, al primer lado de la desigualdad bajo la operación contraria.

$$-2x+x^2 \geq 12-4x+x^2$$

$$-2x+x^2+4x-x^2 \geq 12$$

Simplificamos los opuestos x^2 y $-x^2$, y términos semejantes: $-2x$ y $4x$.

$$-2x + x^2 + 4x - x^2 \geq 12$$

$$2x \geq 12$$

Pasamos 2 dividiendo al 2do lado de la desigualdad.

$$x \geq \frac{12}{2}$$

Simplificamos el cociente

$$x \geq 6$$

$$x \geq 6 \rightarrow Sol = [6, \infty)$$

INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicio 5

Hallar la Solución de la Inecuación dada y presentarla en forma gráfica y como intervalos.

$$4x^2 + 3x - 17 \geq (2x+1)(2x-1)$$

Recordemos. Cuando se pasa un número negativo multiplicando o dividiendo, de un lado a otro de la desigualdad, cambia el sentido de la desigualdad.

Efectuamos el producto de conjugadas del 2do lado de la inecuación.

$$4x^2 + 3x - 17 \geq (2x+1)(2x-1)$$

$$4x^2 + 3x - 17 \geq 4x^2 - 1$$

Para recordar los productos notables y cómo se desarrollan, puedes visitar la sección de Productos Notables en matemática de 2do año.

Reunimos todos los términos que contienen x en el primer lado de la igualdad.

Pasamos $4x^2$ al 1er lado de la igualdad restando.

$$4x^2 + 3x - 17 \geq 4x^2 - 1$$

$$4x^2 + 3x - 17 - 4x^2 \geq -1$$

Simplificamos opuestos: $4x^2$ y $-4x^2$.

$$3x - 17 \geq -1$$

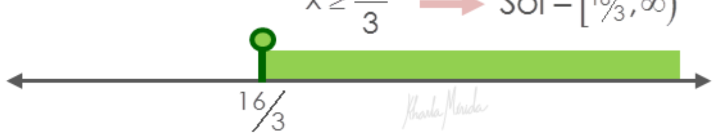
Pasamos 17 al 2do lado de la igualdad sumando.

$$3x \geq 17 - 1$$

Pasamos 3 al 2do lado de la igualdad dividiendo, la fracción 16/3 está en su forma más simple.

$$3x \geq 16 \rightarrow x \geq \frac{16}{3}$$

$$x \geq \frac{16}{3} \rightarrow Sol = [16/3, \infty)$$



INECUACIONES. Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicio 6

Hallar la Solución de la Inecuación dada y presentarla en forma gráfica y como intervalos.

$$(x+2)(x-5)+3-2x \geq x(x-5)+8$$

Recordemos. Cuando se pasa un número negativo multiplicando o dividiendo, de un lado a otro de la desigualdad, cambia el sentido de la desigualdad.

En el primer lado de la inecuación efectuamos producto de binomios con un término común y dos términos diferentes y en el segundo lado aplicamos propiedad distributiva.

$$(x+2)(x-5)+3-2x \geq x(x-5)+8$$

$$x^2-3x-10+3-2x \geq x^2-5x+8$$

¿Qué hacemos ahora?.

Reunimos todos los términos que tienen x en el 1er lado de la inecuación y los que no en el 2do lado de inecuación.

$$x^2-3x-10+3-2x \geq x^2-5x+8$$

$$x^2-3x-2x-x^2+5x \geq 10+8-3$$

¿Qué observas en el primer lado de la igualdad?

Tenemos:
Suma de opuestos: x^2-x^2
Simplificación de términos semejantes:
$-3x-2x+5x=0$

$$x^2-3x-2x-x^2+5x \geq 10+8-3$$

$$0 \geq 15$$

Observación: la inecuación ha quedado sin incógnita, han desaparecido todos los términos con x.

¿Cuál es la solución de la inecuación? ¿Cómo podemos deducir la solución si no hay variable?.

Cuando en una inecuación desaparecen todos los términos variables debemos observar si los valores que quedan satisfacen la relación de orden o no.
Si los números que quedan satisfacen la relación de orden entonces la solución de la inecuación es todos los reales en caso contrario la solución es vacío.

Tenemos cero mayor o igual que 15: $0 \geq 15$

Como cero no es mayor que 15, no se satisface la relación de orden. Quiere decir que ningún número real que se sustituya en la expresión la satisface. La solución es vacío.

$$\boxed{\text{Sol}: \varnothing}$$

A Practicar

Hallar la solución de las siguientes inecuaciones

1. $2x + 15 \leq 19$

2. $11 > 3 - 2x$

3. $\frac{1}{4}x - 12 \geq 8 + \frac{3x}{4}$

4. $13x + \frac{7}{15} - x + 6 < 5 - \left(2x + \frac{1}{3}\right) + \frac{x}{5}$

5. $14 - \frac{9}{2}x + \frac{7}{15} + 8x < \frac{6}{5} - \frac{4x + 11}{3} + \frac{2}{5}$

6. $\frac{5 + 2x}{3} - \frac{3x - 1}{4} + 8 < 10x + \frac{1}{6} - \left(\frac{x + 2}{3} + \frac{7}{2}\right)$

¿Lo Hicimos Bien?

1. $(-\infty\ ,7]$
2. $(-4\ ,\infty)$
3. $(-\infty\ ,-40]$
4. $\left(-\infty\ ,\dfrac{3}{13}\right)$
5. $\left(-\infty\ ,-\dfrac{348}{145}\right)$
6. $\left(\dfrac{167}{113}\ ,\infty\right)$