# NÚMEROS IRRACIONALES

Suponga que una escuela primaria tiene un parque infantil cuadrado con un área de 3,000 pies cuadrados. ¿Podría encontrar el ancho del campo de juego? ¿Será la anchura un número racional o irracional? En esta guía, aprenderá cómo obtener la raíz cuadrada de un número y decidir si el resultado es racional o irracional, para que pueda responder a preguntas como éstas.

El Ajedrez humano es una variante del ajedrez, jugado a menudo en las ferias del Renacimiento, en el que las personas toman el papel de las distintas piezas en un tablero de ajedrez. El tablero de ajedrez se juega sobre un terreno cuadrado que mide 324 m $^2$ y los cuadros del ajedrez son marcados en la hierba.

**¿CUÁNTO MIDE CADA LADO DEL TABLERO DE AJEDREZ?**

Para responder a esta pregunta, tendrá que saber cómo encontrar la raíz cuadrada de un número.

La **raíz cuadrada** de un número $n$ es un número $s$, tal que $s^2 = n$.

Cada número positivo tiene dos raíces cuadradas, lo positivo y lo negativo. El símbolo utilizado para representar la raíz cuadrada es $\sqrt{x}$. Se supone que esta es la raíz cuadrada positiva de $x$. Para mostrar tanto los valores positivos y negativos, puedes utilizar el símbolo $\pm$, se lee "más o menos".

**Por ejemplo:**

- ✓ $\sqrt{81} = 9$ Significa la raíz cuadrada positiva de 81.
- ✓ $-\sqrt{81} = -9$ Significa la raíz cuadrada negativa de 81.
- ✓ $\pm\sqrt{81} = \pm 9$ Significa la raíz cuadrada positiva o negativa de 81.

**EJEMPLO 1:**

El tablero de ajedrez humano mide 324 metros cuadrados. ¿Cuánto mide cada lado del tablero?

**Solución:**

El área de un cuadrado es $S^2$ = área. El valor de la zona puede ser reemplazado con 324.

$$S^2 = 324$$

Despejando el valor de la variable *S* y sabiendo que el valor de $s$ representa la raíz cuadrada de 324. Entonces tenemos que:

$$s = \sqrt{324} = 18$$

El tablero es de 18 metros de largo por 18 metros de ancho.

## APROXIMAR RAÍCES CUADRADAS

Cuando la raíz cuadrada de un número es un número entero, este número se llama un **cuadrado perfecto.** 9 es un cuadrado perfecto porque $\sqrt{9} = 3$.

No todas las raíces cuadradas son números enteros. Muchas raíces cuadradas son números irracionales, lo que significa que no existe número racional equivalente.

**EJEMPLO 2:**

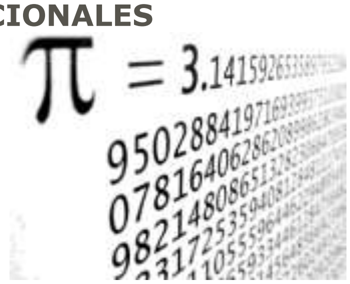
2 es la raíz cuadrada de 4 porque **2 x 2 = 4**. El número 7 es la raíz cuadrada de 49, ya que **7 x 7= 49**. ¿Cuál es la raíz cuadrada de 5?

No hay un número entero multiplicado por sí mismo que sea igual a cinco, por lo que $\sqrt{5}$ no es un número entero. Para encontrar el valor de $\sqrt{5}$ , podemos usar la estimación. Para calcular la raíz cuadrada de un número, busca los números enteros perfectos **menos que** y **mayor que** el valor y, a continuación estima el valor decimal.

**EJEMPLO 3:**
Calcula la raíz de 5 ( $\sqrt{5)}$ .

**Solución:**
El cuadrado perfecto por debajo de 5 es 4 y el cuadrado perfecto por encima de 5 es 9. Por lo tanto, 4 < 5 < 9; entonces podemos decir que$\sqrt{5)}$ se encuentra entre $\sqrt{4)}$y $\sqrt{9}$ó lo que es equivalente 2 < $\sqrt{5}$ < 3. Como 5 está más cerca de 4 que de 9, el decimal es un valor bajo: $\sqrt{5} \approx 2.2$

## IDENTIFICAR NÚMEROS IRRACIONALES




Los números reales tienen dos categorías: racionales e irracionales. Si el valor no es un cuadrado perfecto, entonces se considera un **número irracional.** Estos números no se pueden escribir en forma de fracción, porque el decimal no termina **(periódico)** y no se repite un patrón **(no se repite)**. Aunque las raíces cuadradas irracionales no se pueden escribir como fracciones, podemos escribirlas de manera **exacta**, sin tener que utilizar una calculadora.

**EJEMPLO 4:** Supongamos que no tienes calculadora y hay que encontrar $\sqrt{18}$. Sabes que no hay número entero que elevado al cuadrado sea igual a 18, por lo que $\sqrt{18}$ es un número irracional. El valor se encuentra entre $\sqrt{16} = 4$ y $\sqrt{25}$ = 5. Sin embargo, tenemos que encontrar el valor exacto $\text{de}\sqrt{18}$.

**Solución:**

En primer lugar comienza escribiendo la **descomposición en factores primos** de $\sqrt{18}$. La $\sqrt{18} = \sqrt{9\,x\,2} = \sqrt{9}\,x\,\sqrt{2}$. Conocemos que la $\sqrt{9} = 3$ pero $\sqrt{2}$ no es un número entero. Por lo tanto, el valor exacto de la $\sqrt{18}$ es $3\sqrt{2}$.

Puedes comprobar tu respuesta en una calculadora mediante la búsqueda de la aproximación decimal de cada raíz cuadrada.

**EJEMPLO 5:** Encuentra el valor exacto de la raíz de 75 ($\sqrt{75}$) .

**Solución:**

Sabemos por descomposición de factores primos que $\sqrt{75} = \sqrt{25\,x\,3} = \sqrt{25}\,x\,\sqrt{3}$ pero la $\sqrt{25}$ siendo = 5 un número entero y la $\sqrt{3}$ no es un número entero; entonces:

$$\mathbf{\sqrt{75} = 5\sqrt{3}}$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

1. El área de un cuadrado es de 50 metros cuadrados. ¿Cuáles son las longitudes de sus lados?

**Solución:**

Sabemos que la fórmula para el área de un cuadrado es A= $S^2$ ; aplicando la fórmula nos queda que:

A= $S^2$ entonces 50 = $S^2$ (Sustituyendo el valor del área)

$\sqrt{50} = \sqrt{s^2}$ (Aplicando raíz a ambos miembros para despejar el valor S)

$\sqrt{50}$ = S (El cuadrado de el término se elimina con la raíz)

Ahora; simplificando tenemos que:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25\,x\,2} = 5\sqrt{2}$$

Así; podemos decir que la longitud de cada lado de el cuadrado mide $5\sqrt{2}$ $m^2$ .

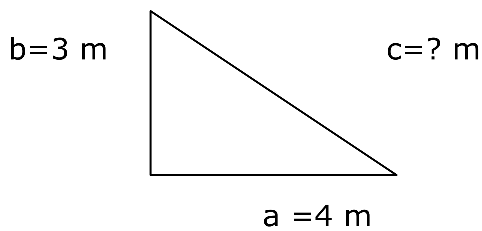
2. Clasifica en racionales o irracionales los siguientes números

   a. 0.8
   b. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
   c. $2\pi$
   d. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   e. $0,\overline{87}$
   f. - $\sqrt{4}$

**Solución:**

Son Racionales los números enteros o los decimales exactos o periódicos: 0,87; -$\sqrt{4}$ ; 0.8; y los Irracionales: $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $2\pi$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$

3. Para el siguiente triángulo rectángulo calcula el lado desconocido c.




**Solución:**

Conocemos el teorema de Pitágoras el cual está dado por $C^2 = a^2 + b^2$, buscamos el valor de c para eso sustituimos los valores dados:

$c^2 = a^2 + b^2$ entonces;

$c^2 = (4)^2 + (3)^2 =$

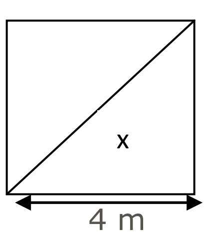
$C^2 = 16 + 9$

$c^2 = 25$ Despejando el valor de c tenemos que:

C = $\sqrt{25}$ = 5.

Por lo tanto el valor de la hipotenusa de el triángulo rectángulo es 5 m

4. Para el siguiente cuadrado calcula el valor de x, el área y el perímetro




**Solución:**

En este caso el perímetro de una figura es la suma de todos sus lados entonces;

P= x+ x+ x+ x ; sustituyendo los valores tenemos que:

P= $4 + 4 + 4 + 4$ = 16;

Ahora; calculemos el valor de x por el teorema de Pitágoras

$c^2 = a^2 + b^2$ Conocemos por el cuadrado que todos sus lados son iguales entonces;

$c^2 = (4)^2 + (4)^2$

$c^2 = 16 + 16$

$c^2 = 32$

C= $\sqrt{32}$

Descomponiendo la raíz en sus factores primos tenemos que:

C= $\sqrt{16\,x\,2}$ = $\sqrt{16}$ x $\sqrt{2}$ = $4\sqrt{2}$.

Por último; hallemos el área

A= $x^2$

A= $(4)^2$ = $16m^2$

5. Hallar los valores exactos de las siguientes raíces

a. $\sqrt{25}$

**Solución:** Descomponemos la raíz en sus factores primos

$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Entonces: $\sqrt{25}$ = $\sqrt{5^2}$ = 5

6. b. $\sqrt{200}$

**Solución:**

Descomponemos la raíz en sus factores primos

$$\begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Entonces; $\sqrt{200}$ = $\sqrt{2^3\,x\,5^2}$ = $\sqrt{2^2 x\,2}\,x\,\sqrt{25}$ = $2\sqrt{2}$ x 5= $10\sqrt{2}$

7. c. $\sqrt{\frac{1}{4}}$

**Solución:**

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{4}}$ descomponemos la $\sqrt{4}$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$\frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{2^2}} = \frac{1}{2}$

8. d. $\sqrt{0.16}$

**Solución:**

Convertimos el decimal en una fracción

$$\sqrt{0.16} = \sqrt{\frac{16}{100}}$$

Descomponemos la raíz en factores primos

| | |
|---|---|
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 100 | 2 |
| 50 | 2 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$$\sqrt{\frac{16}{100}} = \sqrt{\frac{2^4}{2^2 \text{ x } 5^2}} = \frac{2^2}{2 \, x \, 5} = \frac{4}{10}$$

simplificando tenemos que $\frac{2}{5}$

Así;

$$\sqrt{0.16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{2}{5} = 0.4$$

Profesor Alejandra Sánchez Fe y Alegría 02-2016


**Glosario**

- **Raíz Cuadrada:** Número positivo a un segundo número positivo que al multiplicarlo por sí mismo resulta el valor del primero, es decir, que es un segundo número que al elevarlo al cuadrado es igual al primero

- **Descomposición factores primos:** Todo número puede expresarse como producto de factores **primos**. Para descomponer un número en sus factores primos, se debe seguir el siguiente procedimiento: Dividir el número por el menor número primo posible, Si el resultado puede dividirse nuevamente por ese número, realizar la división. Si el resultado no puede volver a dividirse por ese número, buscar el menor número primo posible para continuar dividiendo. Seguir con el procedimiento hasta obtener el cociente igual a uno.

- **Decimal Periódico:** es un número racional caracterizado por tener un período (cifras que se repiten indefinidamente) en su expansión decimal. Este período puede constar de una o varias cifras

- **Decimal periódico mixto:** Son aquellos en los que entre la parte entera y el periodo hay una parte decimal que no se repite llamada ante período.

- **Números Irracionales:** Son números que poseen infinitas cifras decimales no periódicas, que por lo tanto no pueden ser expresados como fracciones.

**Otras Referencias** 


- **http://numerosirracionales.com/**
- http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_irracional
- http://www.monografias.com/trabajos15/numeros-irracionales/numeros-irracionales.shtml
- https://www.youtube.com/watch?v=7A3LQqFMsoY