

Conocimientos Previos Requeridos

Manejo con destreza de Operaciones Aritméticas, Múltiplos y Divisores, Números Naturales.

Contenido

Números Negativos, Significado, Constitución de los Números Enteros, Representación en la Recta, Operaciones y Propiedades, Manejo y operaciones con Símbolos de Agrupación y Relaciones de Orden entre los Números Enteros.

Videos Disponibles

[NÚMEROS ENTEROS. Pérdidas, Representación Grafica de los Números Enteros](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Valor Absoluto](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Representar en la Recta Números Enteros e Indicar su Valor Absoluto. Ejercicio 1](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Representar Gráficamente los Enunciados. Grupo 1. Ejercicios 1 al 4](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Representar Gráficamente los Enunciados. Grupo 2. Ejercicios 1 al 3](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Representar Gráficamente los Enunciados. Grupo 3. Ejercicio 5](#)

Guiones Didácticos

▶ NÚMEROS ENTEROS. Pérdidas, Representación Gráfica de los Números Enteros

En la Unidad de los Números Naturales conocimos la operación de sustracción y los elementos que la constituyen.

Recordemos. **Minuendo** es la cantidad de la que quitaremos unidades, **Sustraendo** es la cantidad de unidades a quitar o disminuir. **Diferencia, Resta o Exceso** es el resultado de la operación

$$\text{Minuendo} - \text{Sustraendo} = \text{Diferencia}$$

Cuando trabajamos con los números naturales debíamos estudiar sólo los casos en los que el *minuendo es mayor o igual al sustraendo* pero se hace necesario ampliar las posibilidades de cálculo, considerando cantidades que representen, por ejemplo, las pérdidas.

Ejemplo. Si quiero saber al final del día cuanto ha sido mi ganancia sabiendo que recibo 300 monedas por jornada de trabajo, debo calcular la diferencia entre lo que gané menos lo que gasté ese día.

Ganancia del día: ?

Recibo: 300 monedas

$$\text{Recibo} - \text{Gasto} = \text{Ganancia}$$

Recibo: 300 monedas

Gasto: 180 monedas

$$300 - 180 = 120$$

Cuando el gasto es menor que el ingreso no hay problema. Quitar 180 monedas de 300 monedas nos deja 120 monedas, que es la ganancia.

Pero, si sucede que un día gasto 400 Bsf ¿Puedo decir que gané?

Cuando el gasto es mayor que el ingreso se dice que tenemos una pérdida y matemáticamente se representa con el signo negativo.

Recibo: 300 monedas

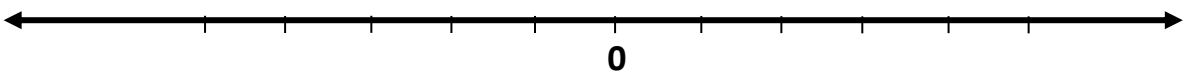
Gasto: 400 monedas

$$300 - 400 = ???$$

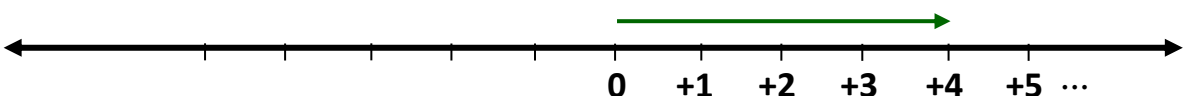
Gasto Mayor que Ingreso \longrightarrow **Pérdida -**

Conozcamos el conjunto de los números que permiten este tipo de cálculos y la manera en que se opera con ellos

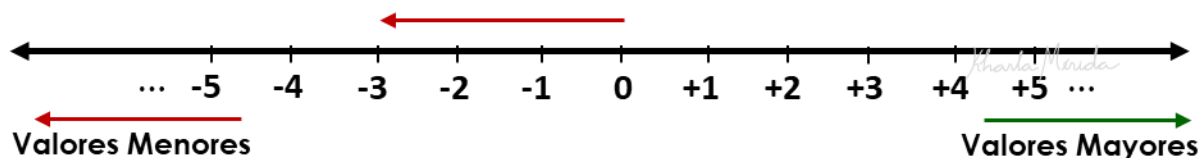
Trazaremos una recta con pequeños marcas que la dividen en segmentos iguales, en la marca del medio ubicaremos al cero.



Partiendo de allí, y avanzando hacia la derecha, tenemos la secuencia de números positivos

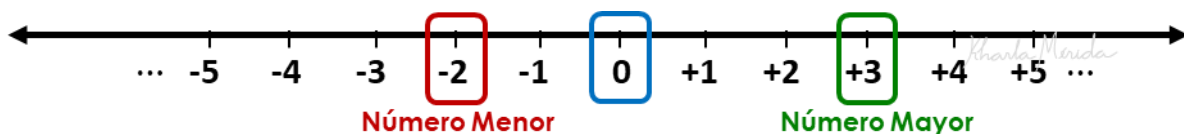


partiendo del cero y avanzando hacia la izquierda tenemos la secuencia de enteros negativos -1, -2, -3, -4, y así sucesivamente



Mientras más a la derecha se encuentra un número mayor será su valor.

Entonces si comparamos dos o más números enteros, sabremos cuál es más grande al ubicarlos en la recta real. 3, -2 y 0



El primero de derecha a izquierda será el mayor, y cada número ubicado a la izquierda será menor que el anterior.

De esta manera el último de la izquierda es el valor más pequeño.

▶ NÚMEROS ENTEROS. Valor Absoluto

Ya sabemos que el conjunto de los números enteros tiene tres tipos de números, positivos, negativos y el cero.

También, sabemos que si caminamos la recta en dirección hacia la derecha estamos ubicando un valor positivo.

Y si caminamos la recta en dirección hacia la izquierda estamos ubicando un número negativo.

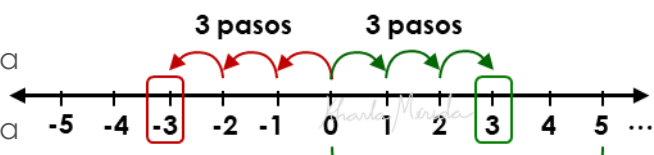


Ahora debemos conocer un nuevo concepto **Valor Absoluto**.

Veamos esto,

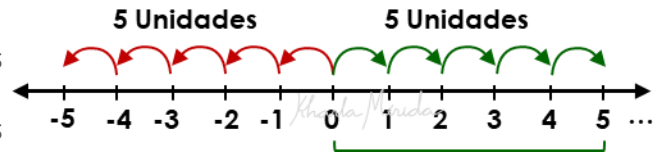
¿cuántos pasos debemos dar para ubicarnos en -3?

¿cuántos pasos debemos dar para ubicarnos en 3?



Nota: Independientemente de la dirección en que se haga el recorrido, se dan 3 pasos en ambos casos.

También podemos preguntarnos ¿cuántas unidades debemos movernos para ubicarnos en 5?. Y, ¿cuántas unidades debemos movernos para ubicarnos en -5?.



Nuevamente nos movemos las mismas unidades. Tanto para un caso como para el otro, nos movemos 5 unidades.

Con estos ejemplos queremos que entiendas de forma intuitiva cómo se mide la distancia entre dos puntos de una recta. *La distancia no depende del sentido en que recorremos la recta, sino de la cantidad de unidades que separan un punto de otro.*

Valor Absoluto. Se define como la distancia desde de un número, al cero.

Gráficamente podemos hallar el Valor Absoluto contando los espacios que hay entre un número y el cero.

Así, el valor absoluto de **3** es **3**, y el valor absoluto de **-3** es **3**.
el valor absoluto de **5** es **5**, y el valor absoluto de **-5** es **5**.

Valor Absoluto

$$| 3 | = 3$$

$$| -3 | = 3$$

$$| 5 | = 5$$

$$| -5 | = 5$$

En general, el **Valor Absoluto** es un **valor positivo** para cualquier número entero positivo o negativo, y cero para el cero.

Ahora conoceremos otro nuevo concepto, **El Opuesto de**, con unos sencillos ejemplos entenderemos su significado.

Ejemplos

El Opuesto de **4** es **-4**

El Opuesto de **-7** es **7**

El Opuesto de **-2** es **2**

El Opuesto de **15** es **-15**

Dos números **Opuestos** son aquellos que se diferencian sólo por el signo.

Los opuestos satisfacen una propiedad respecto a sus valores absolutos que dice así

Propiedad. Dos números **Opuestos** tienen el mismo **Valor Absoluto**.

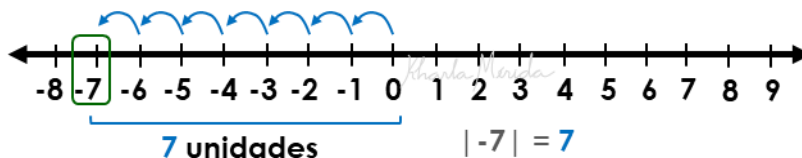
▶ NÚMEROS ENTEROS. Representar en la Recta de Números Enteros e Indicar su Valor Absoluto. Ejercicio 1

Representar en la recta real los números enteros dados e indicar su valor absoluto: **-7, 3, 0, -2, 1 y 8**.

Trazaremos la recta marcando los puntos correspondientes al cero y los números que estén a su alrededor

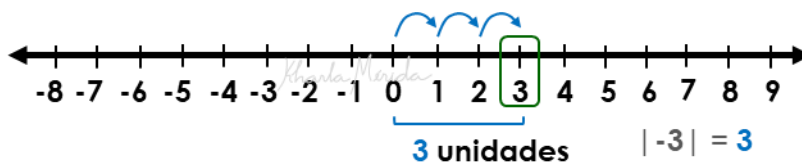


El **-7** es un número negativo, entonces debemos contar 7 unidades hacia la izquierda



La distancia que separa al **-7** del **0** es **7**. Entonces el valor absoluto de **-7** es **7**.

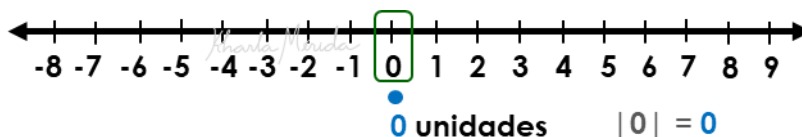
El **3** es un número positivo, entonces debemos contar 3 unidades hacia la derecha.



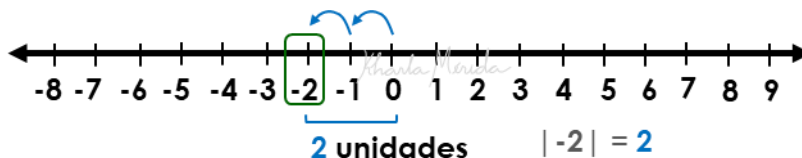
La distancia que separa al **3** del **0** es **3**. Entonces el valor absoluto de **3** es **3**.

El **0** es el punto de referencia de la recta, es el número que marca la frontera entre los números negativos y los positivos. De él partimos para ubicar un número entero cualquiera.

Si estamos en cero, no necesitamos dar ningún paso hacia la derecha o hacia la izquierda. La distancia que separa al cero del cero, es cero. Y el **valor absoluto** de **0** es **0**.

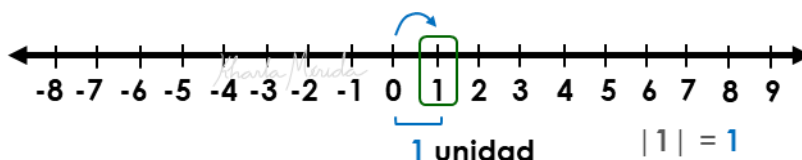


El **-2** es un número negativo, entonces debemos contar 2 unidades hacia la izquierda.



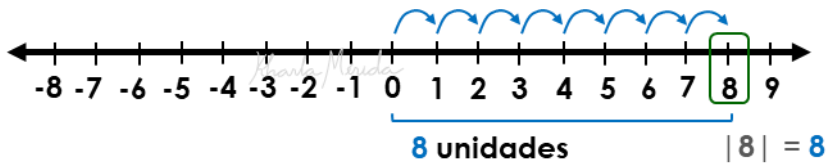
La distancia que separa al **-2** del **0** es **2**. Entonces el valor absoluto de **-2** es **2**.

El **1** es un número positivo, entonces debemos contar 1 unidad hacia la derecha



La distancia que separa al **1** del **0** es **1**. Entonces el valor absoluto de **1** es **1**.

El **8** es un número positivo, entonces debemos contar 8 unidades hacia la derecha



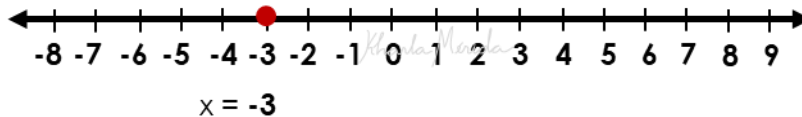
La distancia que separa al **8** del **0** es **8**. Entonces el valor absoluto de **8** es **8**.

▶ NÚMEROS ENTEROS. Representar Gráficamente los Enunciados. Grupo 1. Ejercicio 1 al 4

Representa en la recta los siguientes casos

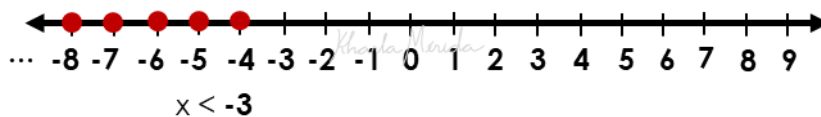
1. Todos los números iguales a -3
2. Todos los números menores que -3
3. Todos los números mayores que -3
4. Todos los números menores o iguales que -3

Todos los números iguales a -3 . Los números que constituyen el conjunto de los enteros son únicos en el conjunto, es decir, sólo hay uno de cada uno. Entonces -3 sólo hay uno, ubicado 3 unidades a la izquierda del cero.



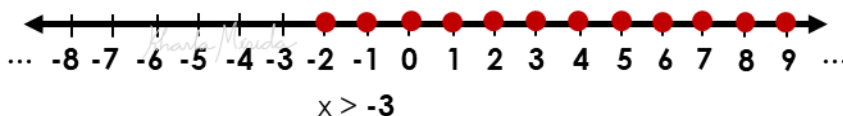
Todos los números menores a -3 . Los números menores que -3 son todos los que se encuentran a la izquierda del -3 .

Como no podemos marcar todos los números que están a la izquierda de -3 , porque no terminaríamos nunca, entonces colocamos puntos suspensivos para indicar que se están tomando todos los que siguen a la izquierda.

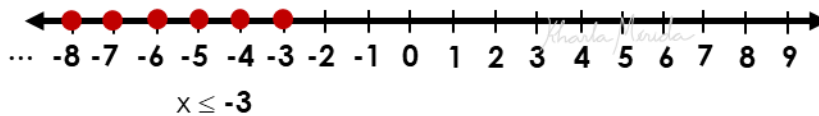


Todos los números mayores que -3 . Los números mayores que -3 son todos los que se encuentran a la derecha del -3 .

Una vez mas, no podemos marcar todos los números que están a la derecha de -3 , no terminaríamos nunca, entonces colocamos puntos suspensivos para indicar que se están tomando todos los que siguen a la derecha.



Todos los números menores o iguales a -3. La presencia del igual nos indica que tomaremos el **-3**, además de los números menores que **-3**, que se encuentran a la izquierda de él.



Nota. Es muy importante que puedas interpretar adecuadamente este tipo de enunciados y que adquieras la destreza de representarlos sin problemas en la recta, pues esto constituye una base fundamental para la resolución de inecuaciones, que son a su vez instrumento indispensable para la interpretación y manejo de funciones y gráficos en niveles de estudio un poco más avanzados.

Continuemos entonces el estudio e interpretación de este tipo de enunciados

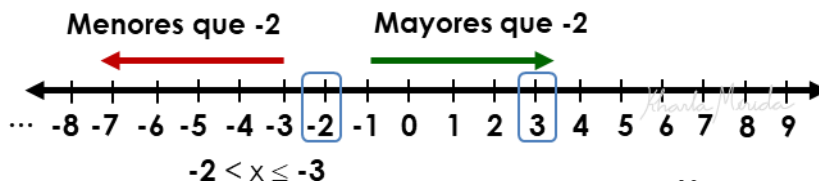
▶ NÚMEROS ENTEROS. Representar Gráficamente los Enunciados. Grupo 2. Ejercicio 1 al 3

Representa en la recta los siguientes casos:

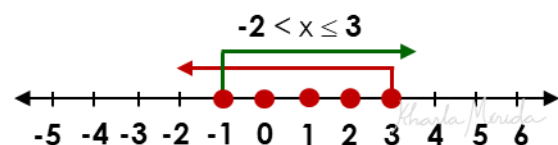
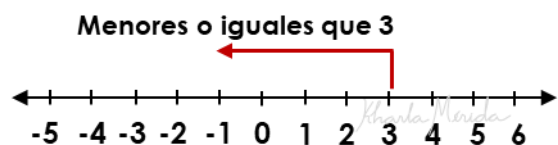
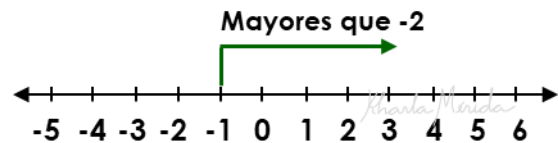
1. Todos los números mayores que -2 y menores o iguales que 3,
2. Todos los números mayores o iguales que -1 y menores 2,
3. Todos los números mayores que 3 menores que 5

Todos los números mayores que -2 y menores o iguales que 3. Primero ubicaremos el -2 y el 3 en la recta numérica.

Recordemos. Para cualquier número entero se cumple que los números que están a su izquierda son menores y los que están a su derecha son mayores.

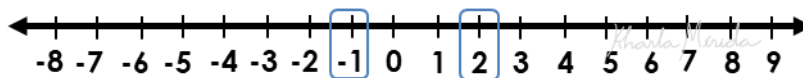


- Si queremos números **mayores que -2** debemos tomar los que están a su derecha.
- Si queremos los números **menores o iguales que 3** debemos tomar el 3 y los que están a su izquierda.



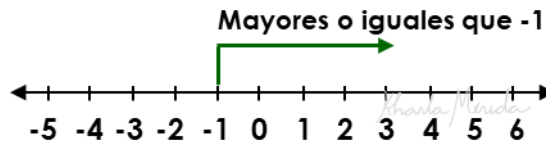
Entonces los números que cumplen ambas condiciones son los que están entre el **-2** y el **3** incluyendo el **3**.

Todos los números mayores o iguales que -1 y menores 2. Primero ubicamos a -1 y 2.

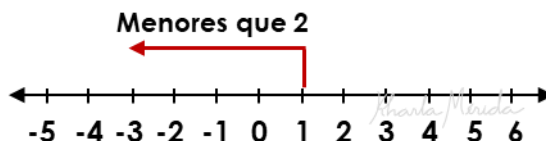


Ahora visualizamos los valores que tomamos para cada condición:

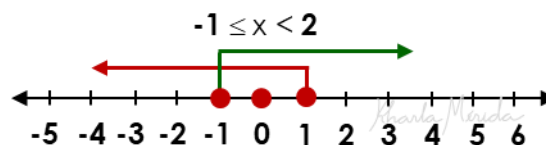
- Los números **mayores o iguales que -1** son el -1 y los que están a su derecha.



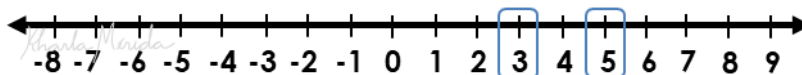
- Los números **menores que 2** son los que están a la izquierda del 2.



Entonces los números que cumplen ambas condiciones son los que están entre el -1 y el 2 incluyendo el -1. En este caso: -1, 0 y 1.

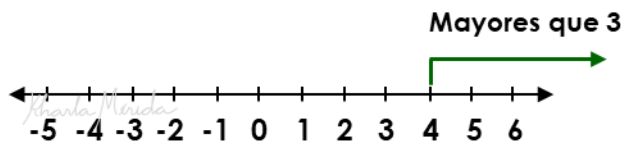


Todos los números mayores que 3 menores que 5. Primero ubicamos a 3 y 5.

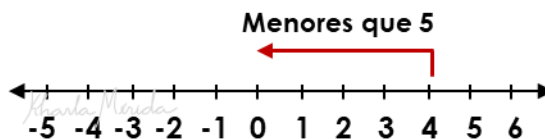


Ahora visualizamos los valores que tomamos para cada condición:

- Los números **mayores que 3** son los que están a su derecha.

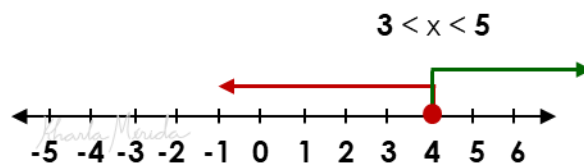


- Los números **menores que 5** son los que están a la izquierda del 5.



¿Notas algo interesante en los gráficos?

Si representamos gráficamente en una recta numérica ambas condiciones, podemos observar que sólo un número cumple con ambas condiciones. El 4.



Una forma más simple de escribir este enunciado es $x = 4$.

▶ NÚMEROS ENTEROS. Representar Gráficamente los Enunciados. Grupo 3. Ejercicio 5

Representa en la recta los siguientes casos:

1. Todos los números cuyo valor absoluto sea igual a 5.
2. Todos los números cuyo valor absoluto sea menor que 5.
3. Todos los números cuyo valor absoluto sea mayor que 5.

Todos los números cuyo valor absoluto sea igual a 5. En primer lugar tenemos la relación de igualdad con valor absoluto.

Nota. La frase "Todos los números" matemáticamente se representa con una letra. A menos que se diga lo contrario, la letra usada suele ser x .

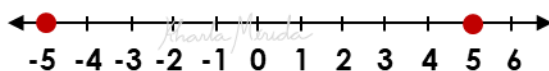
Entonces "Todos los números cuyo valor absoluto" se representa: $|x|$. Y el enunciado completo queda $|x| = 5$.

Hay dos números cuyo valor absoluto es 5, el -5 y el 5.

$$|-5| = 5$$

$$|5| = 5$$

Como nos piden representar los números cuyo valor absoluto es igual a 5, marcaremos el -5 y el 5.



Todos los números cuyo valor absoluto sea menor que 5. Establecemos la relación de orden con valor absoluto.

$$|x| < 5$$

Los números cuyo valor absoluto es menor que 5 son aquellos cuyo valor absoluto es 4, 3, 2, 1 o 0.

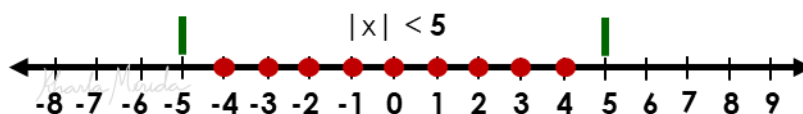
$$|x| = 4 \quad |x| = 2 \quad |x| = 0$$

$$|x| = 3 \quad |x| = 1$$

Esto es

$$x = -4, x = 4, x = -3, x = 3, x = -2, x = 2, x = -1, x = 1, x = 0$$

Como puedes observar, los números cuyo valor absoluto es menor que 5 son todos los números enteros que están entre -5 y 5.



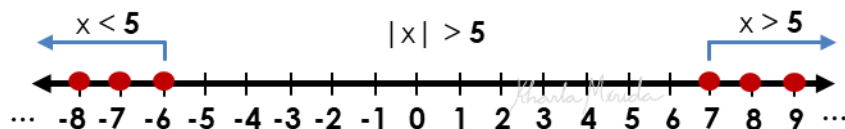
Todos los números cuyo valor absoluto sea mayor que 5. Establecemos la relación de orden con valor absoluto.

$$|x| > 5$$

Los números cuyo valor absoluto es mayor que **5** son aquellos que tienen como valor absoluto es **6, 7, 8**, y así sucesivamente sin fin.

Esto es **6** y **-6**, **7** y **-7**, **8** y **-8**, y sucesivamente en dirección a ambos lados de la recta

$$x = -6, x = 6, x = -7, x = 7, x = -8, x = 8, x = -9, x = 9, \dots$$



Puedes observar que los números cuyo valor absoluto es mayor que **5**, son todos los que se encuentran a la izquierda del **-5** y a la derecha del **5**. Podemos decir, de manera informal, que son los que están hacia afuera de estos números.

Emparejando el Lenguaje

Números Enteros. Conjunto de números formados por números naturales (números positivos), números negativos, y el cero.

Segmentos. Porción de recta comprendida entre dos puntos.

Valor Absoluto. Valor positivo que representa la distancia de un número al cero.

Opuestos. Números que se diferencian solo por su signo.

Ejercicios

Los siguientes ejercicios se sugieren como opción para ejemplos, desarrollo de Prácticas Guiadas y/o prueba exploratoria de habilidades logradas. Se deja a criterio del instructor la distribución de los mismos para cada objetivo.

Identifique el o los números enteros indicados en cada enunciado, y represente en la recta:

1. Si entre un número y su opuesto hay un solo entero, ¿de qué número entero se trata?
2. Si un número entero es positivo y su doble es menor que 5. ¿de qué número entero se trata?
3. Qué número negativo tiene una distancia al cero menor que 7 y mayor que 4?
4. ¿Qué número entero se encuentra a igual distancia del -3 y el 5? ¿Cuál es su Valor Absoluto?
5. ¿Qué número dista de 2 el triple de su distancia al cero?
6. Qué número negativo dista de 6 una decena de unidades?

Lo Hicimos Bien?

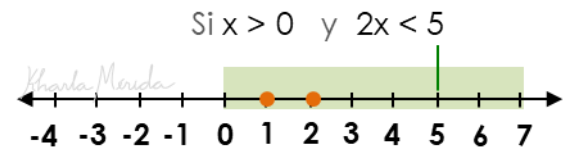
Comprueba que los resultados de tus cálculos estén correctos.

Identifique el o los números enteros indicados en cada enunciado, y represente en la recta:

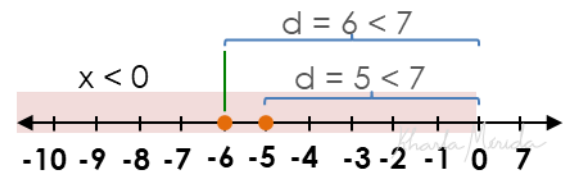
1. Si entre un número y su opuesto hay un solo entero, ¿de qué número entero se trata? R: $x = -1$ o $x = 1$



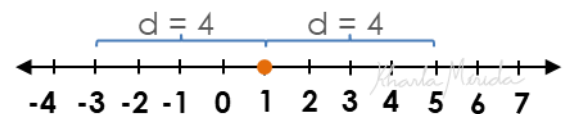
2. Si un número entero es positivo y su doble es menor que 5. ¿de qué número entero se trata? $x = 1$ o $x = 2$



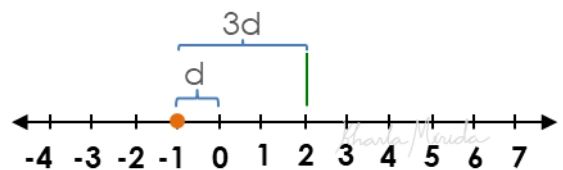
3. Qué número negativo tiene una distancia al cero menor que 7 y mayor que 4? R: $x = -6$ o $x = -5$.



4. ¿Qué número entero se encuentra a igual distancia del -3 y el 5? ¿Cuál es su Valor Absoluto? R: $x = 1$, $|x| = 1$



5. ¿Qué número dista de 2 el triple de su distancia al cero? -1



6. Qué número negativo dista de 6 una decena de unidades? -4

