Números complejos y potencias de la unidad imaginaria

Trazado de puntos era algo que hiciste en Álgebra, y probablemente parece bastante simple ahora. Por ejemplo, trazando el punto (4, 5) significaba de partida en el origen y en movimiento 4 unidades a la derecha - la *x* dirección, y 5 unidades hacia arriba - la *y* dirección.

Números Complejos

Son pares ordenados de números en los que la primera componente es un número real y la segunda un número imaginario:

Z=(a,b)

Parte real Parte Imaginaria

Dado el número complejo : Z=(3,5)

3 es su parte real Re=3

5 es su parte imaginaria Im=5

En circuitos Electricos

La base matemáticas de los circuitos Eléctricos son los números complejos.Cualquier cosa que necesite un circuito eléctrico ,necesita saber de números complejos.Por ejemplo, amplificadores, filtros,motoredores,generadores de energía eléctrica ,líneas de transmisión de eléctrica, circuitos de medición y control, en transmisión y recepción de señales electromagnéticas (radio, tv, celular, teléfono, entre otros)

Marco teórico

A veces, al resolver una ecuación cuadrática, la solución tiene tanto una parte real y una parte imaginaria. Por ejemplo, si se quiere resolver

$$(x-1)^2+4=0$$

entonces

$$(x-1)^2=-4$$

$$x-1=\pm\sqrt{-4}$$

$$x-1=\pm\sqrt{-1}\sqrt{4}$$

$$x-1=\pm 2i$$

$$x=1\pm 2i$$

$x = 1 + 2i$ o $1 - 2i$

Observe que estas dos soluciones implican una parte real, 1, y una parte imaginaria, ± 2 i

un + bi es el **estándar** o **rectangular,** forma de un número complejo.

Un número complejo es un número que tiene una parte real (en este caso una) y una parte imaginaria, es decir, el número imaginario i con un coeficiente b .

Los números complejos son un superconjunto de los números reales, lo que significa que todos los números reales forman parte del conjunto de los números complejos:

Dada 'a + bi , si b = 0 (es decir, no hay ninguna parte imaginaria del número complejo), entonces todo lo que le queda es un número real. Visto de esta manera, cada número real se puede escribir como un número complejo (en este caso a), pero hay muchos números más complejos que los números reales. Por lo tanto los números complejos son un superconjunto de los números reales.

Potencias de la unidad imaginaria(i)

$i^0=1$

$i^1=i$

$i^2=(\sqrt{-1})^2=-1$

$i^3=i^2.i=-1.i=-i$

$i^4=i^2.i^2=(-1).(-1)=1$

$i^5=i^4.i=1.i=\sqrt{-1}$

$i^6=i^4.i^2=1.(-1)=-1$

$i^7=i^6.i=(-1).i$

$i^8=i^4.i^4=(-1).(-1)=1$

$i^9=i^8.i=-1.i=-i$

$i^{10}=i^8.i^2=1.(-1)=-1$

Revisando los cálculos anteriores se puede comprobar que las primeras cuatro potencias de i

$i^0=1$

$i^1=i$

$i^2=-1$

$i^3=-i$

Se repiten en forma periodica por lo tanto para calcular potencia de i,se procede de la siguiente manera:

1. Se divide el exponente entre 4.
2. El residuo de la división se toma como nuevo exponente.
3. Se busca el resultado en la tabla de las primeras cuatro potencias.

   Ejemplo:

   Hallar i^{10}

   Dividimos 10 entre 4

$$\begin{array}{r|l} 10 & 4 \\ \cline{2-2} 2 & 2 \end{array}$$

Residuo

Se toma el residuo como nuevo exponente : $i^{10}=i^2$

Se busca en la tabla: $i^{10}=i^2=-1$

Ejemplo:

Hallar i^{103}

$$\begin{array}{r|l} 103 & 4 \\ \cline{2-2} 23 & 25 \\ 3 & \end{array}$$

$i^{103}=i^3=-i$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determina la siguiente potencia de la unidad imaginaria. i^{39}

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 39 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 9 \end{array}$$

$I^{39}=i^3=-i$

2. Determina la siguiente

Solución

potencia de la unidad imaginaria. i^{45}

Hallar i^{45}

$$\begin{array}{r|l} 45 & 4 \\ \hline 1 & 11 \end{array}$$

$i^{45}=i^{1}=i$

3. Determina la siguiente potencia de la unidad imaginaria. $i^{36}+i^{12}$

Solución:

Hallar i^{36}

$$\begin{array}{r|l} 36 & 4 \\ \hline 0 & 9 \end{array}$$

$I^{36}=i^{0}=1$

Hallar i^{12}

$$\begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

$I^{12}=i^{0}=1$

$i^{36}+i^{12}=1+1=2$

4. Determina la siguiente potencia de la unidad imaginaria. i^{68}

Solución:

i^{68}

Hallar i^{68}

$$\begin{array}{r|l} 68 & 4 \\ \hline 0 & 17 \end{array}$$

$i^{68}=i^{0}=1$

5. Determina la siguiente potencia de la unidad imaginaria. i^{17}

Solución:

I^{17}

Hallar i^{17}

$$\begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ \hline 1 & 4 \end{array}$$

$I^{17}=i^{1}=1$

6. Determina la siguiente potencia

Solución

de la unidad imaginaria. i^{24}

Hallar i^{24}

$$\begin{array}{r|l} 24 & 4 \\ \hline \mathbf{0} & 6 \end{array}$$

$i^{24}=i^{0}=\mathbf{1}$

7. Determina la siguiente potencia de la unidad imaginaria.
   3. i^{16}

Solución:
3. i^{16}
Hallar i^{24}

$$\begin{array}{r|l} 16 & 4 \\ \hline \mathbf{0} & 4 \end{array}$$

$I^{16}=i^{0}=\mathbf{1}$
Entonces:
3. i^{16}
$3.1=\mathbf{3}$

8. Determina la siguiente potencia de la unidad imaginaria.
   5. i^{16}

Solución:
5. i^{16}
Hallar i^{16}

$$\begin{array}{r|l} 16 & 4 \\ \hline \mathbf{0} & 4 \end{array}$$

$I^{16}=i^{0}=\mathbf{1}$
Entonces:
5. i^{16}
$5.1=\mathbf{5}$

9. Determina la siguiente potencia de la unidad imaginaria.
   3. $2i^{36}$

Solución:
3. $2i^{36}$
Hallar i^{36}

$$\begin{array}{r|l} 36 & 4 \\ \hline \mathbf{0} & 9 \end{array}$$

$I^{36}=i^{0}=\mathbf{1}$
Entonces:
3. $2i^{36}$
$3.2.1=\mathbf{6}$

10. Determina la siguiente potencia

Solución:

de la unidad imaginaria.
$3+4.\ I^{36}$

3. i^{36}

Hallar i^{24}

$$\begin{array}{r|l} 36 & 4 \\ \hline \mathbf{0} & 9 \end{array}$$

$I^{36}=i^{0}=\mathbf{1}$

Entonces:

$3+4.\ i^{36}$

$3+4(1)=3+4=7$

Glosario

Videos.