5

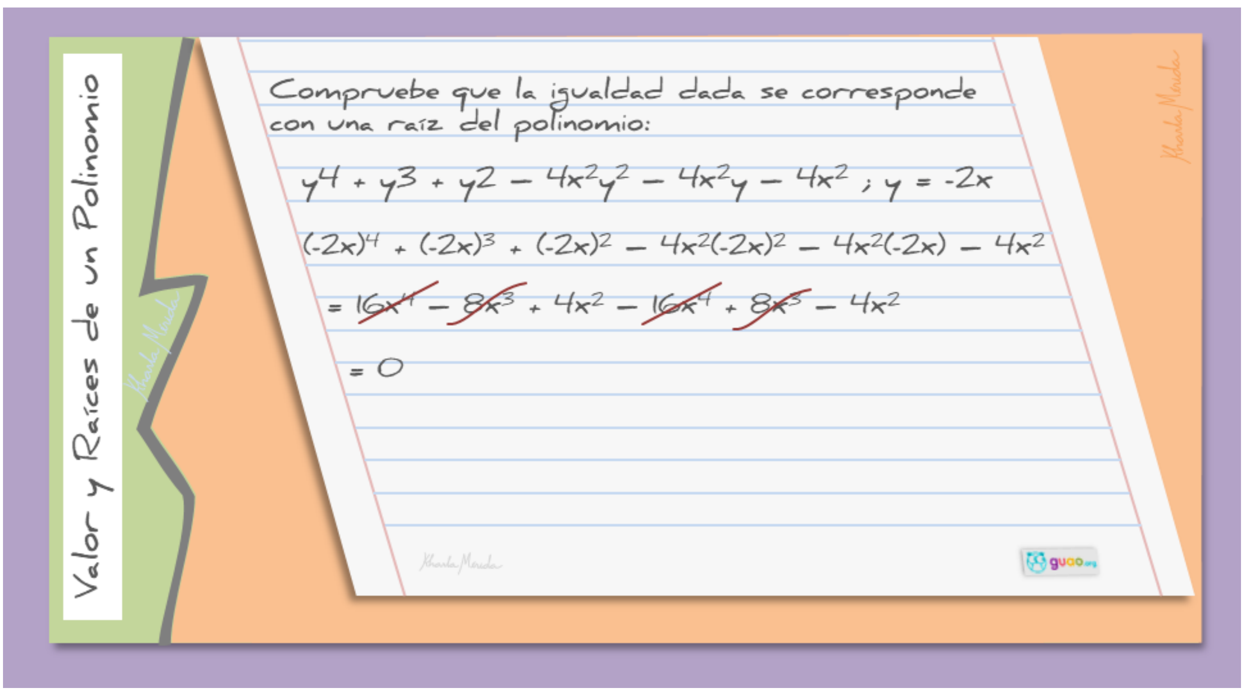
5ta Unidad

Polinomios

5.5 Valor y Raíces de un Polinomios, Sustitución de la Variable.

Evaluarnos dejando en silencio a nuestro abogado defensor es buena forma de vivir en permanente y sana evolución, de tal manera que nuestra vida esté llena de Luz interior que emane para beneficio de los demás.

Descripción



Evaluar un polinomio para un valor de la variable dado es parte importante de los recursos que debemos manejar en el estudio de expresiones algebraicas y funciones. También la identificación de raíces es vital en dicho estudio, por el significado que tienen gráfica y analíticamente. Veamos cómo evaluar polinomios e identificar sus raíces.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones en los Reales, Propiedades de la Potenciación, Simplificación de términos semejantes, Sustitución de Variable.

Contenido

Valor de un Polinomio, Raíz de un Polinomio, Ejercicios

Videos Disponibles

POLINOMIOS. Valor de un Polinomio. Sustitución de la Variable

POLINOMIOS. Raíz de un Polinomio. Sustitución de la Variable

POLINOMIOS. Valor de un Polinomio. Ejercicio 1

POLINOMIOS. Valor de un Polinomio. Ejercicio 2

POLINOMIOS. Valor de un Polinomio. Ejercicio 3

POLINOMIOS. Raíces de un Polinomio. Ejercicio 1

POLINOMIOS. Raíces de un Polinomio. Ejercicio 2

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

Guiones Didácticos

POLIMONIOS. Valor de un Polinomios. Sustitución de la Variable.

Sabemos que **un polinomio es una expresión algebraica que resulta de la suma de varios monomios de distintos grados**.

Variable. Es la letra que constituye la estructura de un polinomio.

Debe esta denominación al hecho de que se le pueden asignar distintos valores según sea la necesidad.

Ejemplo

Dado el siguiente polinomio, podemos hallar su valor para distintos valores de x probemos con x = 2 y x = -1.

$$p(x) = -x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 6$$

$$p(x) \uparrow 2$$

Hallar el valor de un polinomio, consiste en sustituir x por él, o los, valores dados, uno por vez. Veamos:

Para x = 2,

Cambiamos cada x del polinomio dado por 2.

$$p(2) = -2^4 + 3\cdot 2^3 - 2\cdot 2^2 - 4\cdot 2 + 6$$

En el 1er término efectuamos la potencia, en el 2do término efectuamos la potencia y luego el producto, en el 3er término efectuamos la potencia y luego el producto, y en el 4to término el producto.

$$p(2) = -16 + 24 - 8 - 8 + 6$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos -2.

$$p(2) = -2$$

Para x = -1,

Cambiamos cada x del polinomio dado por -1.

$$p(-1) = -(-1)^4 + 3\cdot(-1)^3 - 2\cdot(-1)^2 - 4\cdot(-1) + 6$$

En el 1er término efectuamos la potencia, en el 2do término efectuamos la potencia y luego el producto, en el 3er término efectuamos la potencia y luego el producto, y en el 4to término el producto.

$$p(-1) = -1 - 3 - 2 + 4 + 6$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos 4.

$$p(-1) = 4$$

POLIMONIOS. Raíz de un Polinomios. Sustitución de la Variable.

Las raíces o ceros de un polinomio, son todos aquellos valores de la variable que dan como valor del polinomio, cero.

$$p(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 \qquad x = -1$$

Ejemplo

Para el polinomio dado, x = -1 es una raíz. Sustituyamos x = -1 en el polinomio y comprobemos esto.

Cambiamos cada x del polinomio dado por -1.

$$p(-1)=(-1)^4-2\cdot(-1)^3-13\cdot(-1)^2+14\cdot(-1)+24$$

Efectuamos las operaciones en cada término.

$$p(-1)=1+2-13-14+24$$

Efectuamos la suma algebraica

$$p(-1)=0$$

$x=-1$ Es una raíz

¿Cuántas raíces puede tener un polinomio?

Un polinomio **puede tener tantas raíces como grado tenga**, sin embargo, de acuerdo a la constitución algebraica de éstos, sucede que hay polinomios que no tienen raíces, es decir, que no hay valor de la variable que haga cero al polinomio.

Ejemplo

Ni en los enteros ni en los racionales existe un número que haga cero el valor del binomio $x^2 + 2$.

Entonces quiere decir que si estamos trabajando en el campo de los números racionales, este binomio no tiene raíz.

$$x^2+2$$

Vayamos a las lecciones prácticas para poner en juego todo lo que hemos estudiado hasta ahora acerca de los polinomios.

POLIMONIOS. Valor de un Polinomios. Ejercicio 1.

Hallar el valor del polinomio $p(x) = 5x^4 - x^3 + 7x^2 - 2x + 6$ para $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

Para hallar el valor del polinomio, para un valor de x dado, **se sustituye el valor de x dado en cada x del polinomio**, y se efectúan las operaciones que queden.

Para $x = -1$,

Cambiamos cada x del polinomio dado por -1.

$$p(-1)=5(-1)^4-(-1)^3+7(-1)^2-2(-1)+6$$

Efectuamos las potencias en cada término.

$$p(-1)=5+1+7+2+6$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos 21.

$$p(-1)=21$$

Para $x = 0$,

Cambiamos cada x del polinomio dado por 0.

$$p(0)=5(0)^4-(0)^3+7(0)^2-2(0)+6$$

Efectuamos las potencias en cada término.

$$p(0)=0+0+0+0+6$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos 6.

$$p(0)=6$$

Para $x = 1$,

Cambiamos cada x del polinomio dado por 1.

$$p(1)=5(1)^4-(1)^3+7(1)^2-2(1)+6$$

Efectuamos las potencias en cada término.

$$p(1)=5-1+7-2+6$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos 6.

$$p(1)=15$$

POLIMONIOS. Valor de un Polinomios. Ejercicio 2.

Hallar el valor del polinomio p(x) = x = 1/2 , x = 3

$$p(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 6x^2 - 2x$$

Para hallar el valor del polinomio, para un valor de x dado, **se sustituye el valor de x dado en cada x del polinomio**, y se efectúan las operaciones que queden.

$$p(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 6x^2 - 2x$$

Valor de x dado

Para x = 1/2,

Cambiamos cada x del polinomio dado por 1/2.

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)$$

Efectuamos las potencias y operaciones en cada término.

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12} + \frac{3}{2} - 1$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos:

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{12}$$

Para x = 3,

Cambiamos cada x del polinomio dado por 3.

$$p(3) = -\frac{2}{3}(3)^3 + 6(3)^2 - 2(3)$$

Efectuamos las potencias y operaciones en cada término.

$$p(3) = -18 + 54 - 6$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos:

$$p(3) = 30$$

POLIMONIOS. Valor de un Polinomios. Ejercicio 3.

Hallar el valor del polinomio p(x) = x = -a , x = a

$$p(x) = -3ax^3 + 6a^2x^2 - 2a^3x$$

Valor de x dado

Para hallar el valor del polinomio, para un valor de x dado, **se sustituye el valor de x dado en cada x del polinomio**, y se efectúan las operaciones que queden.

Para x = -a,

Cambiamos cada x del polinomio dado por -a.

$$p(-a) = -3a(-a)^3 + 6a^2(-a)^2 - 2a^3(-a)$$

Efectuamos las potencias y operaciones en cada término.

$$p(-a) = 3a^4 + 6a^4 + 2a^4$$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos:

$$p(-a) = 11a^4$$

Para x = a,

Cambiamos cada x del polinomio dado por a. $p(a) = -3a(a)^3 + 6a^2(a)^2 - 2a^3(a)$

Efectuamos las potencias y operaciones en cada término. $p(a) = -3a^4 + 6a^4 - 2a^4$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos: $p(a) = a^4$

POLIMONIOS. Raíces de un Polinomios. Ejercicio 1.

Cuáles de los valores de x dados son raíces del polinomio

$x = -1 \quad x = 2 \quad x = -3 \qquad p(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

Las **raíces de un polinomio son los valores de x que hacen que el polinomio valga cero**.

Para saber si un valor dado de x es raíz de un polinomio, debemos hallar el valor del polinomio para ese valor de x.

Para x = -1,

Cambiamos cada x del polinomio dado por -1. $p(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^3 - 13(-1)^2 + 14(-1) + 24$

Efectuamos las potencias y operaciones en cada término. $p(-1) = 1 + 2 - 13 - 14 + 24$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos: $p(-1) = 0$

x = -1 es raíz del polinomio

Para x = 2,

Cambiamos cada x del polinomio dado por 2. $p(2) = (2)^4 - 2(2)^3 - 13(2)^2 + 14(2) + 24$

Efectuamos las potencias y operaciones en cada término. $p(2) = 16 - 16 - 52 + 28 + 24$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos: $p(2) = 0$

x = 2 es raíz del polinomio

Para x = -3,

Cambiamos cada x del polinomio dado por -3. $p(-3) = (-3)^4 - 2(-3)^3 - 13(-3)^2 + 14(-3) + 24$

Efectuamos las potencias y operaciones en cada término. $p(-3) = 81 + 54 - 117 - 42 + 24$

Ahora operamos la suma algebraica y obtenemos: $p(-3) = 0$

x = -3 es raíz del polinomio

POLIMONIOS. Raíces de un Polinomios. Ejercicio 2.

Comprobar que x = -y es una raíz del polinomio $a^2by + a^2bx + abx^2 - aby^2$

Sabemos que un valor dado es raíz de un polinomio, para una variable determinada, si al sustituir la variable por el valor dado el polinomio de hace cero.
En este caso, sustituiremos –y donde esté la x en el polinomio dado.

Tenemos x en el segundo y tercer término. Allí sustituiremos –y.
En el segundo término operamos los signos en el tercer término aplicamos propiedad de potencia con exponente par.

$$a^2by + a^2bx + abx^2 - aby^2$$
$$a^2by + a^2b(-y) + ab(-y)^2 - aby^2$$
$$= a^2by - a^2by + aby^2 - aby^2$$

¿Qué tenemos ahora en la expresión?

Simplificamos a^2by con $-a^2by$, y aby^2 con $-aby^2$.
Hemos llegado a cero. Entonces cuando x vale –y el polinomio vale cero.

$$= \cancel{a^2by} - \cancel{a^2by} + \cancel{aby^2} - \cancel{aby^2}$$
$$= 0$$

–y es una raíz del polinomio

¿Será x = y – a raíz de ese polinomio?

Sustituimos x = y – a.

$$a^2by + a^2b(y-a) + ab(y-a)^2 - aby^2$$

Efectuamos producto notable:
$(y-a)^2 = y^2 - 2ay + a^2$

$$a^2by + a^2b(y-a) + ab(y^2 - 2ay + a^2) - aby^2$$

Aplicamos Propiedad Distributiva

$$a^2by + a^2by - a^3b + aby^2 - 2a^2by + a^3b - aby^2$$

¿Cuáles son términos Semejantes?

$$a^2by + a^2by - a^3b + aby^2 - 2a^2by + a^3b - aby^2$$

Los términos resaltados con el mismo color son semejantes, en cada caso se tiene la suma de opuestos, que resulta cero.

$$a^2by + a^2b(y-a) + ab(y-a)^2 - aby^2 = 0$$

y –a es una raíz del polinomio

Emparejando el Lenguaje

Polinomio. Es una expresión algebraica que resulta de la suma de varios monomios de distintos grados.
Variable. Es la letra que constituye la estructura de un polinomio.
Las raíces o ceros de un polinomio, son todos aquellos valores de la variable que dan como valor del polinomio, cero.

A Practicar

Hallar el valor de los siguientes polinomios para los valores dados:

1. $P(x) = -2x^3 + 5x^2 - x + 13$ para $x = -3$, $x = 1$, $x = 2$.
2. $H(x) = x^3 + 125$ para $x = -5$, $x = 0$
3. $G(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x + 9$ para $x = -4$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 4$

Identificar cuáles de los valores dados para cada uno de los siguientes polinomios son raíces :

4. $g(x) = x^5 + 9x^4 - 36x^3$; $x = -2$ $x = 0$ $x = 9$
5. $h(x) = x^4 + 10x^3 + 25x^2 - 36$; $x = -6$ $x = -1$ $x = 1$ $x = 2$ $x = 5$
6. $p(x) = 6x^4 + 13x^3 - 18x^2 - 7x + 6$; $x = -2/3$ $x = -1/2$ $x = 1/2$

Compruebe en cada caso que las igualdades dadas se corresponden con una raíz del polinomio:

7. $x^3 - 5ax^2 - 22a^2x + 56a^3$; $x = -4a$
8. $y^4 + y^3 + y^2 - 4x^2y^2 - 4x^2y - 4x^2$; $y = -2x$

Lo Hicimos Bien?

1. $P(-3) = 115$, $P(1) = 15$, $P(2) = 15$
2. $H(-5) = 0$, $H(0) = 125$
3. $G(-4) = 37$, $G(-1) = 4$, $G(0) = 9$, $G(1) = 12$, $G(4) = 429$
4. $x = 0$, $x = 9$
5. $x = -6$, $x = 1$
6. $x = -2/3$ $x = 1/2$