3

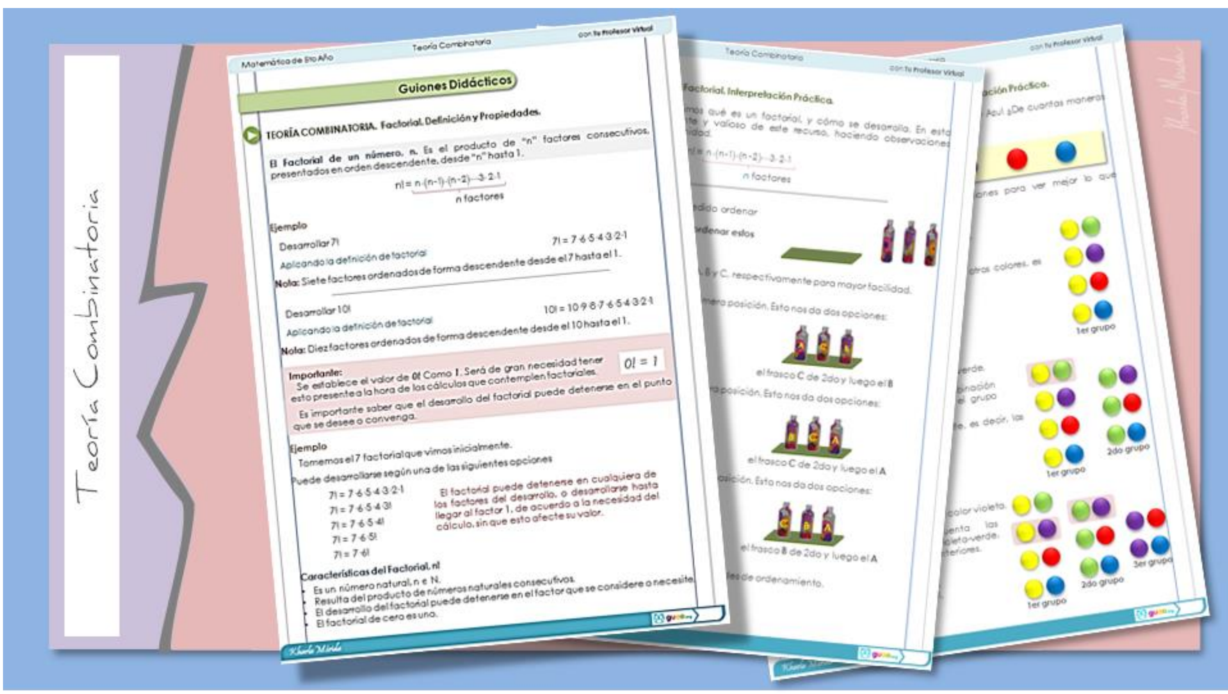
3ra Unidad

Teoría Combinatoria

3.1 Introducción. Factorial y Números Combinatorios

Contemplar, reflexionar y edificar me es más inspirador que sumarme a la "norma" de señalar y Colisionar. No he conseguido el primer sistema beneficioso y edificante en el que sus elementos se dediquen a señalar y colisionar.

Descripción



Este objetivo nos inicia en un nuevo ámbito de estudios, probabilidades. Veremos mucho de lo que manejamos cotidianamente desde otra perspectiva, más ordenada y sistemática, de tal modo que podamos prever, a través del cálculo, las posibilidades para eventos determinados. Cuántas veces nos hemos tomado tiempo para cambiar las posiciones de un grupo de objetos hasta encontrar el orden que nos agrada, cuántas veces hemos necesitado saber la cantidad de opciones con las que contamos. Esto y mucho más aprenderemos en esta unidad. Avancemos.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones en los Naturales, Operaciones en los Reales, Productos Notables, Factorización, Simplificaciones de Expresiones Algebraica, Ecuaciones Lineales, Ecuaciones de 2do grado.

Contenido

Definición y Propiedades Factorial, Interpretación Práctica de Factorial, Ordenar y Escribir las Expresiones Cómo un Único Factorial, Simplificar Expresiones, Ecuaciones Factorial, Ejercicios, Definición y Propiedades de Números Combinatorio.

Videos Disponibles

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Definición y Propiedades

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Interpretación Práctica

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Ordenar y Escribir las Expresiones Cómo un Único Factorial

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Simplificar Expresiones

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Ecuaciones. Ejercicio 1

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Ecuaciones. Ejercicio 2

TEORÍA COMBINATORIA. Números Combinatorio. Definición y Propiedades

TEORÍA COMBINATORIA. Números Combinatorio. Interpretación Práctica

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

Guiones Didácticos

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Definición y Propiedades.

Factorial de un número, n. Es el producto de "n" factores consecutivos, presentados en orden descendente, desde "n" hasta 1.

$$n! = \underbrace{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots3\cdot2\cdot1}_{n \text{ factores}}$$

Ejemplo

Desarrollar 7!

Aplicando la definición de factorial $7! = 7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

Nota: Siete factores ordenados de forma descendente desde el 7 hasta el 1.

Desarrollar 10!

Aplicando la definición de factorial $10! = 10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

Nota: Diez factores ordenados de forma descendente desde el 10 hasta el 1.

Importante:

Se establece el valor de ***0!*** Como ***1***. Será de gran necesidad tener esto presente a la hora de los cálculos que contemplen factoriales.

$$0! = 1$$

Es importante saber que el desarrollo del factorial puede detenerse en el punto que se desee o convenga.

Ejemplo

Tomemos el 7 factorial que vimos inicialmente.

Puede desarrollarse según una de las siguientes opciones

$7! = 7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

$7! = 7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3!$

$7! = 7\cdot6\cdot5\cdot4!$

$7! = 7\cdot6\cdot5!$

$7! = 7\cdot6!$

El factorial puede detenerse en cualquiera de los factores del desarrollo, o desarrollarse hasta llegar al factor 1, de acuerdo a la necesidad del cálculo, sin que esto afecte su valor.

Características del Factorial, n!

- Es un número natural, $n \in \mathbb{N}$.
- Resulta del producto de números naturales consecutivos.
- El desarrollo del factorial puede detenerse en el factor que se considere o necesite.
- El factorial de cero es uno.

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Interpretación Práctica.

En la primera lección vimos qué es un factorial, y cómo se desarrolla. En esta aprenderemos lo interesante y valioso de este recurso, haciendo observaciones sencillas de nuestra cotidianidad.

$$n! = \underbrace{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots3\cdot2\cdot1}_{n \text{ factores}}$$

Imagina que mamá te ha pedido ordenar estos frascos en la repisa.
¿Cuántas maneras distintas de ordenar estos tres frascos en la repisa hay?.
Veamos

Asignamos letras a los frascos, A, B y C, respectivamente para mayor facilidad.

1ra Posibilidad: El frasco **A** en la primera posición. Esto nos da dos opciones:

el frasco **B** de 2do y luego el **C**

el frasco **C** de 2do y luego el **B**

2da Posibilidad: El frasco **B** en la primera posición. Esto nos da dos opciones:

el frasco **A** de 2do y luego el **C**

el frasco **C** de 2do y luego el **A**

3ra Posibilidad: El frasco **C** en la primera posición. Esto nos da dos opciones:

el frasco **A** de 2do y luego el **B**

el frasco **B** de 2do y luego el **A**

Nota: Para 3 elementos tenemos 6 posibilidades de ordenamiento.

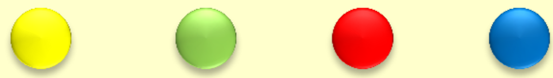
¿Qué sucede si en lugar de tres son cuatro objetos?

Esta vez lo visualizaremos con 4 círculos de colores: Amarillo, Verde, Rojo y Azul.

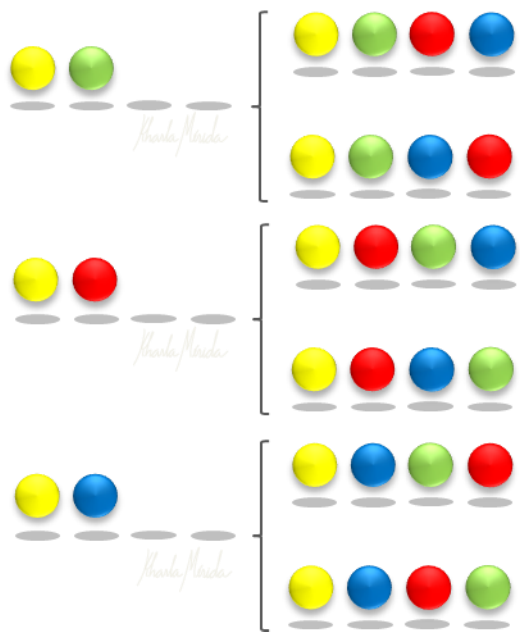
¿De cuantas maneras podemos ordenar en forma alineada estos cuatro círculos?

Veamos de forma sistemática cómo deducirlo

Tenemos 4 círculos



1er Caso. El Amarillo en la 1ra posición.
¿Cuántas posibilidades tenemos para ocupar la segunda posición?



¿Cuantas posibilidades llevamos hasta ahora?

En el 1er caso, el amarillo en la primera posición, se tienen 6 posibilidades.

Esto mismo va a ocurrir para los 3 casos faltantes:

- Colocando el verde en la primera posición,
- Colocando el rojo en la primera posición, y
- Colocando el azul en la primera posición.

Tenemos 4 veces 6 posibilidades, lo que nos da un total de 24 posibilidades.

Con 3 objetos o elementos
se tiene 6 posibilidades.
$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

Con 4 objetos o elementos
se tiene 24 posibilidades.
$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

n! representa el número de posibles ordenamientos de n elementos dados

¿De cuántas maneras podríamos ordenar estos 5 objetos?.

Comparte tu respuesta con nosotros a través de un comentario y plantea tus inquietudes o sugerencias para continuar acompañándote.

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Ordenar y Escribir las Expresiones Cómo un Único Factorial.

A continuación veremos algunos ejercicios, que nos permitirán afianzar la definición de factorial, de tal manera que podamos reconocer el desarrollo de un factorial, independientemente del orden en que se encuentre y de la expresión donde se encuentre. Acompáñanos

$$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$$

Ejercicio 1

Expresar como un solo factorial $(n+3)\cdot(n-1)!\cdot n\cdot(n+1)\cdot(n+2)$

¿Cuántos factores hay en la expresión?

Tenemos 5 factores. La definición de factorial indica que los factores van en orden decreciente.

Ordenamos estos factores en orden decreciente. $(n+3)\cdot(n-1)!\cdot n\cdot(n+1)\cdot(n+2)$

¿Cuál de los factores es el mas grande?

Observación.
(n + 2) es una unidad menor que (n + 3), (n + 1) es una unidad menor que (n + 2), n es una unidad menor que (n + 1), (n – 1) es una unidad menor que n.

El factor que representa la cantidad mayor es (n + 3), a este factor le sigue (n + 2), luego (n + 1), luego n, y por último (n – 1)!

Recordemos. Para desarrollar el factorial se disminuye una unidad en cada factor.

¿Cómo escribimos esto como un solo factorial?

El factorial inicia con el factor mas grande en este caso n mas 3 así que este desarrollo es igual n mas tres factorial

$$(n+3)\cdot(n+2)\cdot(n+1)\cdot n\cdot(n-1)! = (n+3)!$$

Ejercicio 2

Expresar como un solo factorial $(2n-1)\cdot(2n)\cdot(2n-2)!\cdot(2n+1)$

¿Cuántos factores tenemos?

Hay cuatro factores que tenemos que ordenar de manera decreciente.

¿Cuál de estos factores es el mayor?

El factor mayor es (2n + 1), a este le siguen en orden decreciente:

2n , (2n – 1) , (2n – 2)!

Observa que cada factor tiene una unidad menos que el factor anterior

$$(2n+1)\cdot(2n)\cdot(2n-1)\cdot(2n-2)! = (2n+1)!$$

Ejercicio 2

Expresar como un solo factorial $(5n-4)\cdot(5n-5)\cdot(5n-7)!\cdot(5n-3)\cdot(5n-6)$

¿Cuántos factores tiene la expresión?

Tiene cinco factores, que hay que ordenar decrecientemente.

¿Cuál de estos factores es el mayor?

El factor mayor es (5n – 3), a este le siguen en orden decreciente:

(5n – 4) , (5n – 5) , (5n – 6) y (5n – 7)!

Observa que cada factor tiene una unidad menos que el factor anterior

$$(5n-3)\cdot(5n-4)\cdot(5n-5)\cdot(5n-6)\cdot(5n-7)! = \cdot(5n-3)!$$

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Simplificar Expresiones.

Simplificar la siguiente expresión $\dfrac{(x+6)!}{(x+4)!}$

Análisis. Para seleccionar el factorial a desarrollar, consideramos el factor mayor, ya que podemos detener el desarrollo del factorial en el punto deseemos, optando por desarrollar el factor mayor hasta llegar al factorial menor.

¿Cuál de los dos factoriales es el mayor?

El factor mayor es (x + 6)!

El desarrollo es $(x+6)(x+5)(x+4)!$, nos detenemos aquí porque hemos llegado a la forma del factorial del denominador.

$$\frac{(x+6)!}{(x+4)!} = \frac{(x+6)\cdot(x+5)\cdot(x+4)!}{(x+4)!}$$

¿Qué podemos hacer ahora?

Simplificamos los factores (x + 4)! de numerador y denominador.

$$\frac{(x+6)!}{(x+4)!}=\frac{(x+6)\cdot(x+5)\cdot(x+4)!}{(x+4)!}$$

La expresión (x + 6)(x + 5) está en su forma mas simple. Este es el resultado.

$$\boxed{\frac{(x+6)!}{(x+4)!}=(x+6)\cdot(x+5)}$$

Simplificar la siguiente expresión $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$

Desarrollaremos el factorial mayor hasta llegar al factorial menor.

¿Cual de los dos factoriales es el mayor?

El factorial mayor es (n + 2)!

Su desarrollo es (n + 2)(n + 1)n(n – 1)! nos detenemos aquí porque llegamos a la expresión del factorial del denominador.

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!}=\frac{(n+2)\cdot(n+1)\cdot n\cdot(n-1)!}{(n-1)!}$$

¿Qué hacemos ahora?

Simplificamos los factores (n – 1)! de numerador y de denominador.

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!}=\frac{(n+2)\cdot(n+1)\cdot n\cdot(n-1)!}{(n-1)!}$$

La expresión (n + 2)(n + 1)n está en su forma mas simple. Este es el resultado.

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!}=(n+2)\cdot(n+1)\cdot n$$

Simplificar la siguiente expresión $\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!}$

¿Qué factorial debemos desarrollar?

Se debe desarrollar el factorial mayor para detenerlo en el factor que sea igual al otro factorial presente.

El factorial mayor (2n – 3)!

Su desarrollo es (2n – 3)(2n – 4)(2n – 5)! nos detenemos aquí porque llegamos a la expresión del factorial del denominador.

$$\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!}=\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)\cdot(2n-4)\cdot(2n-5)!}$$

Simplificamos los factores (2n – 5)! de numerador y de denominador.

$$\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!}=\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)\cdot(2n-4)\cdot(2n-5)!}$$

En el numerador quedó una diferencia de cuadrados, $4n^2 - 9$, debemos factorizarla.

$$\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!}=\frac{(4n^2-9)}{(2n-3)\cdot(2n-4)}$$

Factorizamos la diferencia de cuadrados como un producto de conjugadas:

$4n^2 - 9 = (4n - 3)(4n + 3).$

$$\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!} = \frac{(2n-3)\cdot(2n+3)}{(2n-3)\cdot(2n-4)}$$

¿notas los factores que pueden simplificarse?

Simplificamos los factores $(2n - 3)$ de numerador y denominador.

$$\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!} = \frac{\cancel{(2n-3)}\cdot(2n+3)}{\cancel{(2n-3)}\cdot(2n-4)}$$

Los factores $(2n + 3)$ y $(2n - 4)$ están en su forma mas simple. La fracción no se puede simplificar. Este es el resultado.

$$\boxed{\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!} = \frac{(2n+3)}{(2n-4)}}$$

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Ecuaciones. Ejercicio 1.

Resolver la siguiente ecuación $(x+1)! = 132\cdot(x-1)!$

$$(x+1)! = 132\cdot(x-1)!$$

Como los factoriales son distintos de cero (por definición de factorial), podemos pasar $(x - 1)!$ dividiendo al 1er lado de la igualdad.

$$\frac{(x+1)!}{(x-1)!} = 132$$

Ahora tenemos una fracción con factorial en el numerador y denominador. Debemos simplificar eliminando los factoriales.

¿Qué podemos hacer para simplificar?

Para simplificar factoriales en una expresión como esta, desarrollamos el factorial mayor, hasta llegar al factor correspondiente al factorial menor.

¿Cual de los dos factoriales es el mayor?

El factorial mayor es $(x + 1)!$

Su desarrollo es $(x + 1)x(x - 1)!$ nos detenemos aquí porque llegamos a la expresión del factorial del denominador.

$$\frac{(x+1)x(x-1)!}{(x-1)!} = 132$$

Simplificamos los factores $(x - 1)!$ de numerador y denominador.

$$\frac{(x+1)x\cancel{(x-1)!}}{\cancel{(x-1)!}} = 132$$

Aplicamos propiedad distributiva de la x respecto a $(x + 1)$ y pasamos restando al primer lado de la igualdad al 132.

$$(x+1)x = 132$$

$$x^2 + x - 132 = 0$$

¿Qué tenemos ahora?

Una ecuación de segundo grado. Podemos aplicar la fórmula para ecuaciones de 2do grado, o podemos factorizar e igualar a cero cada factor.

Para sacar las raíces esta expresión cuadrática se puede factorizar con sencillez.

Buscamos dos números que multiplicados den -132 y restados den +1.

- Como el producto es negativo los números tienen signos diferentes.
- Como el resultado de la resta es positivo, el mayor de los números es positivo.

Restados: +1

$$x^2 + x - 132 = 0$$

Multiplicados: -132

$$(x \quad ?)(x \quad ?) = 0$$

Puedes recordar este tipo de factorización visitando la **Unidad 7, Factorización, de 3er Lapso de Matemática de segundo año**.

Los números +12 y −11 cumplen con estas condiciones: $+12\cdot(-11) = -132$ y $+12 - 11 = +1$.

$$(x+12)(x-11) = 0$$

Tenemos dos posibilidades

$$x+12=0 \qquad x-11=0$$

Despejamos

$$x=-12 \qquad x=11$$

De las dos soluciones obtenidas, descartamos x = -12. Ya que solo se estudian factoriales aplicados a números naturales.

$$\cancel{x=-12} \qquad \boxed{x=11}$$

TEORÍA COMBINATORIA. Factorial. Ecuaciones. Ejercicio 2.

Resolver la siguiente ecuación $12\cdot x! + 5\cdot(x+1)! = (x+2)!$

En esta ecuación se tienen tres factoriales, en tres términos diferentes, 2 en el primer lado de la igualdad y uno en el segundo lado de la igualdad.

Reuniremos todos los términos en el primer lado de la igualdad.

$$12\cdot x! + 5\cdot(x+1)! - (x+2)! = 0$$

El mayor de los factoriales es (x + 2)!, le sigue (x + 1)! y luego x!. Desarrollaremos los factoriales mayores hasta llegar a x!. Veamos

$$12\cdot x! + 5\cdot(x+1)! - (x+2)! = 0$$

Reuniremos todos los términos en el primer lado de la igualdad.

$$12\cdot x! + 5\cdot(x+1)\cdot x! - (x+2)\cdot(x+1)\cdot x! = 0$$

Observamos que x! esta presente en todos los términos, entonces x! es un factor común, lo sacaremos.

Sacando factor común x!.

$$x!\cdot\left[12 + 5\cdot(x+1) - (x+2)\cdot(x+1)\right] = 0$$

Aplicamos propiedad distributiva y producto notable dentro del corchete.

$$x!\cdot\left[12 + (5x+5) - (x^2+3x+2)\right] = 0$$

Nota: dejamos entre paréntesis ambos desarrollos para luego atender las operaciones de signos.

Si a un paréntesis lo preside un signo positivo, se puede eliminar quedando los sumandos internos con su mismo signo.

Cuando a un paréntesis lo preside un signo negativo cambia los signos de los sumandos internos al eliminarlo

$$x!\cdot\left[12+(5x+5)-\left(x^2+3x+2\right)\right]=0$$

$$x!\cdot\left[12+5x+5-x^2-3x-2\right]=0$$

Simplificamos términos semejantes

$$x!\cdot\left[-x^2+2x+15\right]=0$$

Para que el producto de dos o más factores sea igual a cero es necesario que al menos uno de los factores sea igual a cero. $A\cdot B=0 \Rightarrow A=0 \quad o \quad B=0$

$$x!=0 \qquad -x^2+2x+15=0$$

Por definición $x! \neq 0$ para cualquier valor de x. Entonces nos queda la ecuación de 2do grado. Multiplicamos ambos lados de la ecuación por -1.

$$-1\left(-x^2+2x+15\right)=-1\cdot 0$$

$$x^2-2x-15=0$$

Factorizando

Buscamos dos números que multiplicados den -15 y restados den -2.

- Como el producto es negativo, -15, los números tienen signos diferentes.
- Como el resultado de la resta es negativo, -2, el mayor de los números es negativo.

Restados: -2

$$x^2-2x-15=0$$

Multiplicados: -15

$$(x \quad ?)(x \quad ?)=0$$

Los números son: -5 y +3

$$(x-5)(x+3)=0$$

Igualando a cero cada factor

$$x-5=0 \qquad x+3=0$$

$$x=5 \qquad x=-3$$

x = -3 no toma como solución porque en este nivel de estudios solo se estudian factoriales aplicados a números naturales.

$$\cancel{x=-3} \qquad \boxed{x=5}$$

TEORÍA COMBINATORIA. Números Combinatorio. Definición y Propiedades.

Número Combinatorio. Es un ordenamiento vertical de dos números naturales ubicados dentro paréntesis. $\binom{n}{p}$

El número superior se llama numerador, y el inferior se llama orden. El numero combinatorio se lee "n sobre p"

$\binom{n}{p}$ n → **Numerador**, p → **Orden**   se lee: "n sobre p"

Fórmula para hallar el valor de un Número Combinatorio

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Nota: la presencia del factorial en cada uno de los factores de la expresión es indicativo de la importancia de manejar bien este recurso.

Ejemplo

Hallar el valor del número combinatorio $\binom{5}{2}$

Identificamos los elementos $\binom{5}{2}$ → **n = 5**, **o = 5**

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Sustituimos cada n de la fórmula por 5 y cada p por 2.

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

Efectuamos la resta

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\cdot 3!}$$

Recordemos. El desarrollo de un factorial puede detenerse en cualquier factor antes del 1, si esto fuese necesario.

Desarrollamos 5! Hasta llegar a 3!.

$$\binom{5}{2} = \frac{5\cdot 4\cdot 3!}{2!\cdot 3!}$$

Simplificamos 3!.

$$\binom{5}{2} = \frac{5\cdot 4\cdot 3!}{2!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 4}{2!}$$

Desarrollamos 2!, y efectuamos las operaciones hasta obtener la forma más simple del valor.

$$\binom{5}{2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\boxed{\binom{5}{2} = 10}$$

TEORÍA COMBINATORIA. Números Combinatorio. Interpretación Práctica.

Consideremos 5 círculos: Amarillo, Verde, Violeta, Rojo y Azul ¿De cuantas maneras diferentes podemos agrupar sus elementos en pares?.

Tenemos 5 círculos

Organicemos de forma sistemática las agrupaciones para ver mejor lo que deseamos saber .

1er grupo. los pares que contienen al color amarillo.

¿Cuántos pares contienen al color amarillo?.

Básicamente hay un par por cada uno de los otros colores, es decir, las combinaciones:

- Círculo amarillo con círculo verde,
- Círculo amarillo con círculo violeta,
- Círculo amarillo con círculo rojo, y
- Círculo amarillo con círculo azul

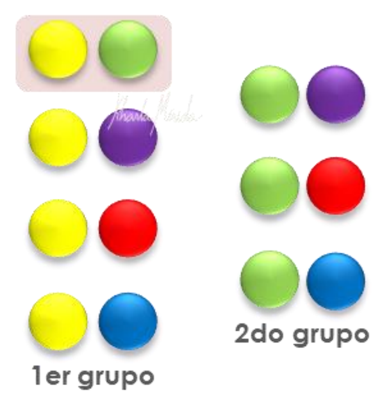
Hasta aquí llevamos 4 pares.

2do grupo. los pares que contienen al color verde.

Nota: no tomamos en cuenta la combinación verde-amarillo, que ya esta incluida en el grupo anterior.

Tenemos un par por cada color restante, es decir, las combinaciones:

- Círculo verde con círculo violeta,
- Círculo verde con círculo rojo,
- Círculo verde con círculo azul.

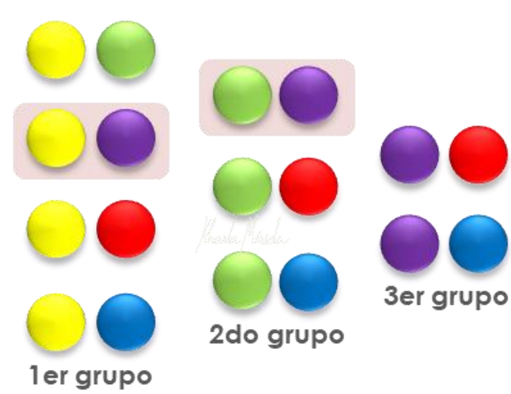


3er grupo. los pares que contienen al color violeta.

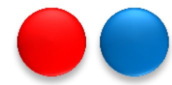
Nota: no tomamos en cuenta las combinaciones violeta-amarillo y violeta-verde, que están incluidas en los grupos anteriores.

Tenemos las combinaciones:

- Círculo violeta con círculo rojo,
- Círculo violeta con círculo azul.



4to grupo. los pares que contienen al color rojo.



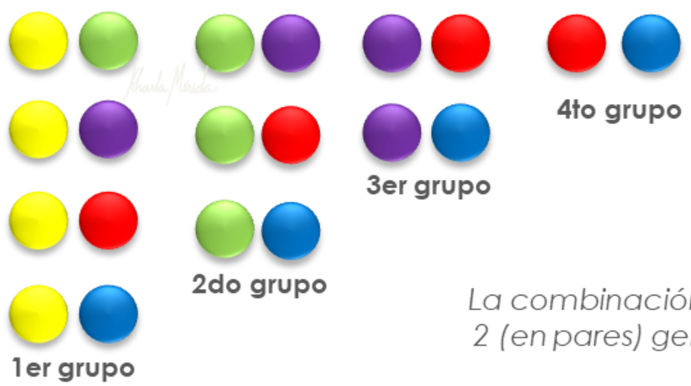
4to grupo

Nota: no tomamos en cuenta las combinaciones que tengan rojo, porque están incluidas en los grupos anteriores.

Tenemos la combinación:

- Círculo rojo con círculo azul.

¿Cuántos pares tenemos en total?



Tenemos 10 pares

La combinación de 5 elementos agrupados de a 2 (en pares) genera 10 posibles pares diferentes.

Nota: no importa el orden en que se tomen los elementos del par, sólo importa los elementos que lo constituyen.

En la lección anterior calculamos, usando la fórmula, el valor del Número Combinatorio 5 sobre 2, y obtuvimos 10.

Esto se interpreta como:

"la combinación de 5 en 2 es igual a 10"

$$\binom{5}{2}=10$$

Con este ejemplo hemos querido mostrar de forma grafica el significado que tiene el número combinatorio, y su valor o importancia.

Te invitamos a jugar un poco con distintos números combinatorios comprobando con diagrama lo que te da la fórmula.

Emparejando el Lenguaje

Factorial de un número, n. Es el producto de "n" factores consecutivos, presentados en orden descendente, desde "n" hasta 1.

Número Combinatorio. Es un ordenamiento vertical de dos números naturales ubicados dentro paréntesis. $\binom{n}{p}$

Numerador (de un número combinatorio). Es el número superior del ordenamiento vertical.

Orden (de un número combinatorio). Es el número inferior del ordenamiento vertical.

A Practicar

Desarrollar los factoriales:

1. $3x!$
2. $(3x)!$
3. $x+4!$
4. $(x+4)!$

5. ¿Cuál es mayor entre n! y n^n?

Cuál de las igualdades es verdadera:

6. $\dfrac{n!}{(n-3)!}=n^3-3n^2+2n$

7. $\dfrac{(4n^2-1)(2n-1)!}{(2n+1)!}=1-\dfrac{1}{2n}$

8. Una tienda de batidos ofrece cocteles de dos tipos de frutas. Se puede pedir la combinación que se desee entre 6 frutas disponibles: fresa, parchita, mango, cambur, durazno y naranja. ¿cuántas combinaciones diferentes ofrecen en esta tienda de batidos?. 15

¿Lo Hicimos Bien?

Desarrollar los factoriales:

1. $3x! = 3x\cdot(x-1)\cdots 2\cdot 1!$
2. $(3x)! = 3x\cdot(3x-1)\cdots 2\cdot 1!$
3. $x+4! = x+4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = x+24$
4. $(x+4)! = (x+4)(x+3)(x+2)(x+1)x\cdots 3\cdot 2\cdot 1$
5. $n! = \underbrace{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}_{\text{n factores}}$, $n^n = \underbrace{n\cdot n\cdot n\cdots n}_{\text{n veces n}}$

Ambos desarrollos tienen n factores, pero los factores de n! van disminuyendo su valor, mientras que en n^n todos los factores valen n. Entonces $n! < n^n$.

6. $\dfrac{n!}{(n-3)!} = n^3 - 3n^2 + 2n$
7. $\dfrac{(4n^2-1)(2n-1)!}{(2n+1)!} = 1 - \dfrac{1}{2n}$

Ambas igualdades son verdaderas

8. La tienda ofrece 15 combinaciones diferentes de batidos