Serie

Desarrollo del pensamiento matemático

Nº 1

El conocimiento matemático

372.7
And.
Introducción al desarrollo
del pensamiento matemático
Federación Internacional Fe y Alegría, 2005.
30 p.; 21,5 x 19 cm.
ISBN: 980 6418 69-7
Matemáticas, conocimiento matemático.

“El maestro debe entender que el centro educativo no es tanto el lugar donde él va a enseñar, sino que es el lugar donde él va a aprender a enseñar. La práctica y la reflexión sobre ella es el elemento primordial para construir el proceso de la propia formación-transformación.”

Antonio Pérez Esclarín

Equipo editorial
Antonio Pérez Esclarín, María Bethencourt

Dimensión: Desarrollo del pensamiento matemático
Serie: El conocimiento matemático, número 1
Autor: Martín Andonegui Zabala

Este libro se ha elaborado con el propósito de apoyar la práctica educativa de los cientos de educadores de Fe y Alegría. Su publicación se realizó en el marco del **Programa Internacional de Formación de Educadores Populares** desarrollado por la Federación Internacional Fe y Alegría desde el año 2001.

Diseño y diagramación: Juan Bravo
Portada e ilustraciones: Juan Bravo
Corrección de textos: María Bethencourt, Margarita Arribas

Edita y distribuye: Federación Internacional Fe y Alegría.
Esquina de Luneta, Edif. Centro Valores, piso 7, Altagracia,
Caracas 1010-A, Venezuela.
Teléfonos: (58) (212) 5645624 / 5645013 / 5632048
Fax (58) (212) 5646159
web: www.feyalegria.org

Depósito Legal: if 603 2005 100 182

Caracas, abril 2005

Publicación realizada con el apoyo de:
Centro Magis
Instituto Internacional para la Educación Superior
en América Latina y el Caribe (IESALC)

1. Introducción

En las líneas que siguen, así como en los sucesivos Cuadernos, vamos a plantearnos algunas cuestiones relativas al desarrollo del pensamiento matemático, de nuestro pensamiento matemático. Pero no se trata de un proyecto abstracto. Esta propuesta nace de las dificultades detectadas en los procesos de formación de nuestros educadores, y va dirigida a los maestros y maestras que vivimos con ilusión y entrega los ideales educativos de Fe y Alegría en el ámbito latinoamericano. Es decir, a los que asumimos como misión educativa "formar a los niños, niñas, jóvenes y adultos de los sectores más empobrecidos [...], en valores humano-cristianos y con el dominio de las competencias básicas fundamentales, en el marco de la misión de Fe y Alegría como movimiento de Educación Popular, desde la construcción y consolidación de los centros educativos comunitarios" (Fe y Alegría, 2002, p.23).

Nuestra propuesta formativa va inserta en las líneas del Proyecto Latinoamericano de Educadores Populares. Pretendemos contribuir al desarrollo de nuestro pensamiento matemático como un modo de "potenciar un proyecto educativo capaz de fortalecer la realización autónoma de los educandos, de su familia y de su comunidad, para que puedan tomar decisiones propias y libres acerca de su destino y el de los suyos; [...] de formar educadores con conocimientos, destrezas y actitudes para formar al sujeto persona, comunitario y ciudadano, capaz de superar la visión estrecha que presentan y ofrecen las empresas globalizadas de producción de cultura y de valor" (Federación Internacional de Fe y Alegría, 2002, p.2).

En definitiva, con nuestra propuesta –como trataremos de hacer ver a continuación– pretendemos colaborar en la formación de "un educador capaz de generar procesos de cambio y transformación social; reflexivo y con capacidad para potenciar el diálogo de saberes y el discernimiento creativo, indispensable para inventar y seguir inventando nuevas ideas y formas de alcanzar la realización de esa sociedad y de ese sujeto deseado" (*ibid,* p. 3).

Continuando con la referencia al Proyecto Latinoamericano de Educadores Populares, digamos finalmente que nuestra propuesta se enmarca particularmente en dos de sus dimensiones:

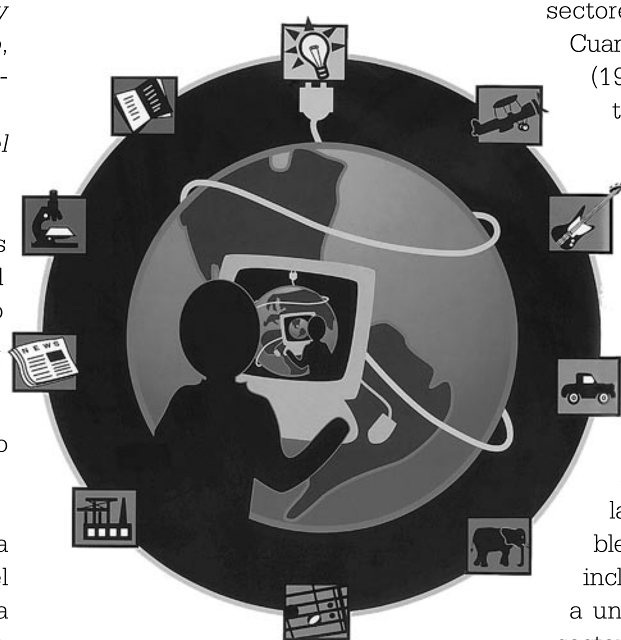
- En la *formación de herramientas y actitudes para seguir aprendiendo*, dentro del tema generador "Competencias para el saber pensar".
- En la *formación pedagógica del educador*.

Todas las consideraciones anteriores están orientadas a hacernos ver que el tema del desarrollo del pensamiento matemático no es algo extemporáneo ni ajeno o agregado a los proyectos y planes de nuestra formación como educadores populares. Nuestro tema está en el centro de tales proyectos y planes.

Y esto es lo que vamos a hacer a continuación: reflexionar acerca del porqué de esa centralidad, de esa pertinencia. Vamos a asomarnos, pues, al papel que tiene el pensamiento matemático –y su construcción y desarrollo– en la sociedad, en nuestra formación como ciudadanos y docentes y en la formación de nuestros alumnos.

2. La relación matemática - sociedad

La primera aproximación al tema se centra, indudablemente, en el análisis de la relación existente entre la matemática y la sociedad actual. Y para iniciar este análisis debemos asomarnos a esta última. Castells (1994) la califica como *sociedad informacional*, concepto que asume e integra los calificativos de



sociedad *de la información* y sociedad *del aprendizaje*. Lo que se sostiene con tales precisiones es que el impacto de la tecnología –particularmente las de la información y comunicación– ha incidido en las estructuras culturales, económicas y políticas de nuestra sociedad. Se instauran, además, el conocimiento y la información como fuentes de valor y de poder.

Pero esta transformación no se produce en un mundo equilibrado y neutro. Los fenómenos de la globalización esconden, tras su apariencia de alcance universal y pretendidamente igualitario, gérmenes de una nueva colonización. Los sectores nuevamente colonizados –el Cuarto Mundo, como lo califica Castells (1994), que incluye al Tercero y también a vastos sectores de los propios países desarrollados– son aquellos irrelevantes para la producción y el consumo del conocimiento y de la información.

Este desarrollo contradictorio conduce así a la emergencia de la *paradoja de la inclusión*, que "se refiere al hecho de que el actual modelo de globalización de la organización social, que establece como principio el acceso y la inclusión universal, también conduce a una marcada exclusión de ciertos sectores sociales"(Skovsmose y Valero, 2002, p.386).

¿Qué papel tiene la matemática en este escenario? Davis y Hersh (1988) –en un texto de sugerente título, "El sueño de Descartes: El mundo según las Matemáticas"– hablan de una matematización prescriptiva presente desde la antigüedad en situaciones tales como la medida de magnitudes físicas, el establecimiento de calendarios y relojes, los sistemas monetarios, los planos para construir máquinas y edificaciones, etc. Pero esta incidencia se ha incrementado casi ilimitadamente hasta nuestros tiempos y ha penetrado numerosos sistemas: de calificación personal –cociente intelectual, calificaciones escolares…–, de seguros, de comunicaciones, monetarios, de consumo, de armamentos, de votación, de transporte… Son sistemas que regulan y alteran nuestra vida y caracterizan a nuestra civilización. Y todos ellos reflejan una matematización prescriptiva, desconocida para la gran mayoría de personas.

En esta misma línea, Skovsmose (1994*a*) suscribe también la tesis de que la matemática tiene la capacidad de moldear –“formatear”– a la sociedad, por ser el principio básico para el diseño de la tecnología, particularmente de aquella que sustenta los sistemas de información y comunicación.

Que esta ingerencia fundamental de la matemática continuará en el futuro queda claro, por ejemplo, en el testimonio de P. Griffiths, Secretario de la Unión Matemática Internacional, quien concluye así su reporte acerca de las matemáticas ante el nuevo milenio: “Los matemáticos nos planteamos dos objetivos ahora que entramos en un nuevo milenio. El primero es el de ser capaces de mantener la tradicional fortaleza de nuestra investigación básica, que es semillero de nuevas ideas y nuevas aplicaciones. El segundo es ampliar nuestro contacto con el mundo que está más allá de la ciencia” (Griffiths, 2000, p. 41).

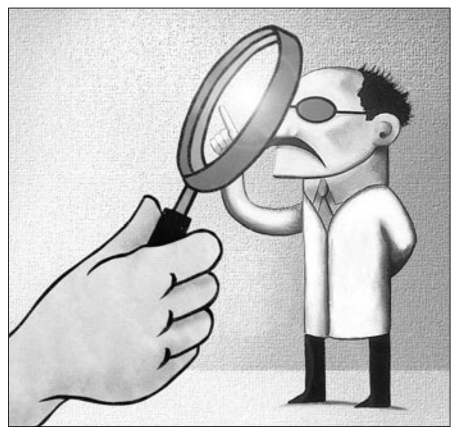
3. La educación matemática

De todo lo anterior, puede inferirse, pues, que la matemática está en el centro de la paradoja de la inclusión. Ahora bien, ¿qué significa esto para nosotros como docentes de matemática?

En primer lugar, debemos plantearnos el papel que debe tener la educación en un escenario como el descrito. Porque, de entrada, se presenta una nueva paradoja, la *paradoja de la ciudadanía*, que alude a que “por un lado, la educación parece dispuesta a preparar para el ejercicio de una ciudadanía activa, pero por el otro, parece garantizar la adaptación de los individuos al orden social establecido” (Skovsmose y Valero, 2002, p.386).

Para afrontar esta segunda paradoja, y so pena de convertirse en cómplice de los desequilibrios que fomenta la actual globalización, la educación debe adoptar una postura crítica. Esto significa que debe investigar las condiciones en las que se adquiere el conocimiento, que debe estar atenta para identificar y evaluar los problemas que se presentan en la sociedad, y que debe convertirse en una fuerza de reacción frente a tales situaciones problemáticas (Skovsmose, 1994*a*).

Este planteamiento coincide con el que ya ha sido sustentado por diversos autores desde hace algún tiempo y ante otros fenómenos de exclusión. Así, y en nuestro medio latinoamericano, Paulo Freire considera a *la educación como práctica de la libertad* (Freire, 1969, 1970), es decir, como una acción de conocer, una aproximación crítica a la



realidad, pues sólo en su relación dialéctica con la realidad puede la educación concebirse como un proceso transformador, de constante liberación del hombre. Para ello, debe promover la concientización, proceso que permite problematizar la realidad y percibir las restricciones que impone, con el fin de dar paso a una acción transformadora.

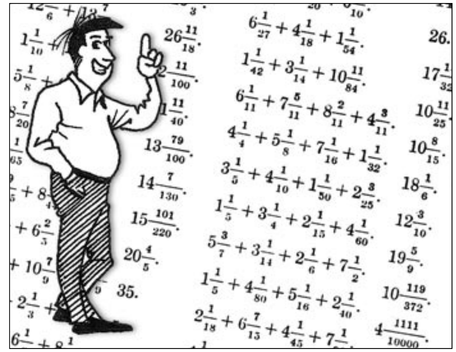
La educación matemática debe situarse en este ámbito crítico. Skovsmose (1994*b*) –en una línea general ya iniciada por Freire– le asigna como objetivo propiciar la *alfabetización matemática* de los individuos. Esto significa atribuirle el propósito de formar ciudadanos críticos, mediante un empoderamiento que permita a docentes y alumnos reorganizar y reconstruir sus interpretaciones relativas a las instituciones sociales. Es decir, capacitarlos para discutir críticamente la utilización de la matemática en el diseño tecnológico y, por esta vía, las condiciones a que se ve sometida su vida por la aplicación de esta tecnología.

En otras palabras, ubicarnos en el contexto de una educación matemática crítica es recalcar su intencionalidad transformadora, su estar al servicio de un proyecto alfabetizador de la población, que le permita a ésta comprender y analizar críticamente la realidad circundante, el trasfondo ideológico que impera en las instituciones y en las acciones de la sociedad, así como en las decisiones de alcance público que nos afectan como ciudadanos.

La educación matemática que planteamos se inscribe, pues, en un proyecto educativo que tiende a formar a las personas para que aprendan no sólo a analizar críticamente su entorno, sino también a participar en su transformación. Para que la declaración anterior no quede reducida a un mero discurso de relleno, debemos destacar las dimensiones del conocer que se intenta construir en el ámbito de una educación matemática crítica.

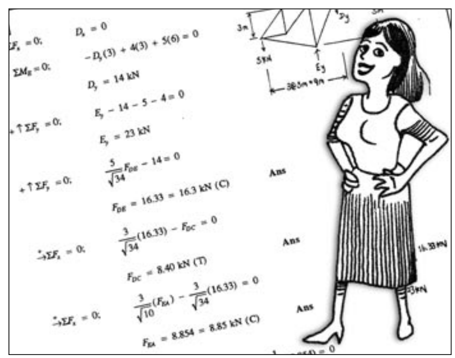
La primera dimensión de este conocer podría calificarse como un *conocer matemático*. Nos estamos refiriendo al dominio de los conceptos y procedimientos propios de la matemática, así como a la adquisición de los procesos, habilidades, destrezas y competencias propios de la disciplina.

Alcanzar este conocimiento es algo fundamental y absolutamente necesario, imprescindible. Pero –contra lo que pudiera creerse– no es un fin en sí mismo, sino un requisito indispensable para una segunda dimensión: el *conocer tecnológico*. Este tipo de conocimiento se refiere al de las aplicaciones basadas en modelos matemáticos, es decir,



basadas en la aplicación de conceptos y de procedimientos matemáticos.

Lograr un conocimiento tecnológico significa, pues, descubrir la matemática presente en los sistemas que rigen nuestra vida como personas y como grupos de ciudadanos. Sistemas que se refieren a situaciones que van desde lo más cercano (la organización del transporte público, el contenido de los recibos de servicios tales como luz, teléfono, agua…, la formación de los precios de las cosas, las transacciones comerciales,



la organización de los espacios públicos, la toma de decisiones en situaciones probabilísticas, etc.) hasta lo más sofisticado.

Pero todavía más allá de esta dimensión existe una tercera, la del *conocer reflexivo*. Este conocer se refiere a los

aspectos sociológicos y éticos inherentes a los objetivos y a la forma en que se maneja esa tecnología basada en modelos matemáticos. Desarrollar el conocer reflexivo significa fomentar la capacidad para descubrir y analizar críticamente las estructuras tecnológicas y formales que actúan dentro de la sociedad, utilizando, justamente para ese descubrimiento y ese análisis, los conocimientos matemáticos construidos previamente.

Skovsmose (1994*b*) insiste en este tercer tipo de conocer como una especie de metaconocimiento acerca de la tecnología, que nos permite verla en un contexto más amplio, es decir, en el contexto de las implicaciones sociales, ecológicas, económicas y políticas. No puede haber alfabetización matemática si no se alcanza este tercer nivel del conocer, ya que las competencias matemática y tecnológica no poseen de suyo la capacidad de predecir y de analizar los resultados de su propia producción.

Definitivamente, la consecución de esta dimensión del conocer reflexivo es la que de verdad nos posibilita, plena y acertadamente, la participación en la transformación de nuestro entorno, ya que es la que nos permite alcanzar un nivel de concientización acerca de la realidad –por la vía de su problematización, como lo sugería Freire–, paso previo y necesario para intentar su transformación. Pero, a su vez, el conocer reflexivo no tiene ningún sentido si no puede referirse a los dos anteriores. Simplemente, porque no puede construirse cabalmente sin los cimientos de los conoceres matemático y tecnológico.

En resumen, la propuesta fundamental de construir un verdadero pensamiento matemático es la de lograr desarrollar en nosotros, docentes, y en nuestros alumnos –constituidos todos en comunidad–, ese conocer reflexivo asociado a la construcción del conocimiento matemático.

4. Nuestra educación matemática

Una reacción lógica ante los planteamientos anteriores debe ser, sin duda, la de preguntarnos por dónde andamos nosotros. Es decir, si la concepción que tenemos de la matemática, y la praxis de su enseñanza, se ajustan a la perspectiva de una educación matemática crítica concebida en los términos propuestos. Porque, ante el reto de exigirnos un desarrollo del pensamiento matemático dentro de los lineamientos presentados, necesitamos tomar en cuenta la situación en que se halla la construcción del pensamiento matemático en nosotros, los docentes, y en nuestros alumnos.

Aunque sea difícil generalizar, se puede afirmar que todos tenemos una idea bastante aproximada de la situación, recogida de diversas evaluaciones hechas al respecto. He aquí algunos de sus trazos más destacados:

- Una concepción negativa acerca de la matemática, considerada como un área excluyente y discriminadora, accesible a unos pocos privilegiados.

- Un aprendizaje de la matemática caracterizado como mecánico, repetitivo, memorístico, alejado del desarrollo de procesos y de la resolución de problemas, carente de significado y, en buena medida, desconectado de la vida.

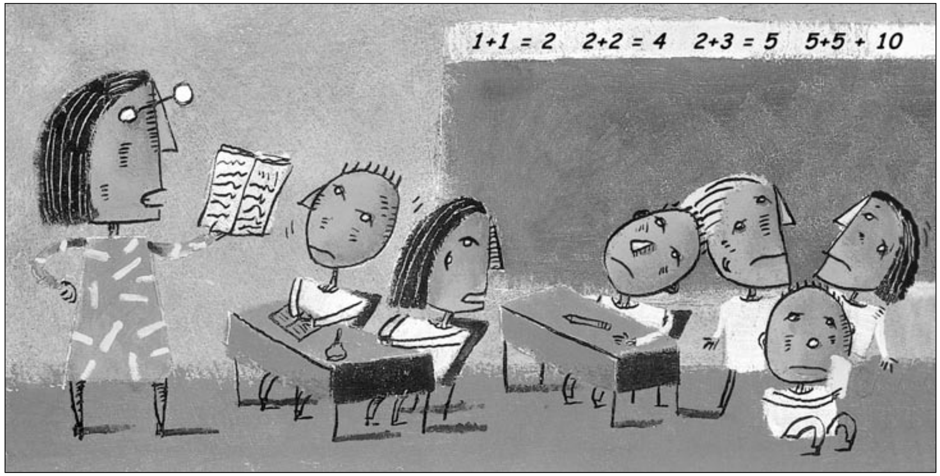
- Ausencia, en la planificación de la enseñanza de la matemática, de las dimensiones relativas a las aplicaciones de la matemática y a la reflexión acerca de su uso en la resolución de los problemas humanos.

- Una planificación por proyectos educativos –cuando existe– insuficientemente desarrollada, y enfrentada a la profundización de los conocimientos matemáticos.

- Una falta de desarrollo, en docentes y alumnos, de factores afectivos y actitudinales positivos hacia la matemática y hacia su aprendizaje.

- En el saber y hacer de los docentes, una mecanización y falta de reflexión en relación con su trabajo en el área, así como poco dominio de los contenidos y de la didáctica de la matemática.

- Ausencia de la resolución de problemas como vía primordial para desarrollar el conocimiento matemático.



- Falta de comprensión de la evaluación como un acompañamiento en el proceso de formación matemática de los estudiantes.

- Desconocimiento de suficientes experiencias exitosas en el campo de la enseñanza de la matemática que puedan servir como referentes para el trabajo propio.

- Dotación insuficiente de recursos bibliográficos y didácticos.

Es muy probable que no todos nuestros centros presenten la totalidad de estos síntomas y que, incluso, en algunas de las áreas indicadas –aprendizaje en el aula, motivación, praxis docente, planificación, recursos docentes, evaluación…– existan más fortalezas que debilidades. Las situaciones concretas deben ser muy diversas. Pero lo que sí es cierto es que tales síntomas se hallan presentes en muchas de nuestras escuelas. De todos modos, queda abierta la reflexión y la discusión acerca de la situación que se presenta aquí, en mi escuela, y en las redes de escuelas afines a la mía…

Pero la idea no es pintar un panorama tan sombrío que sólo pueda llevarnos al desaliento y a la inacción. Todo lo contrario. Se trata de tocar piso, de saber de dónde arrancamos… y de avanzar hacia la meta de una construcción del pensamiento matemático que nos deje realmente satisfechos, a la luz de los planteamientos de una educación matemática crítica.

¿Cuál puede ser el *punto de partida* para el avance hacia esta meta? Antes de intentar contestar esta pregunta clave –y para que no todo sean caras serias en plan de reflexión– vamos a proponer algunas cuestiones y preguntas acerca de temas matemáticos, junto con la invitación para intentar resolverlas. A lo mejor, además de saber formular sus respuestas, podemos llegar a percibir qué relación tiene el hecho de saber resolver cuestiones matemáticas con la pregunta relativa a cuál es el punto de partida para mejorar nuestra situación en cuanto a la construcción del pensamiento matemático en nuestros centros…

5. Un poco de ejercitación previa

Y una sugerencia que consideramos muy pertinente. No nos limitemos al intento de resolver estas cuestiones aplicando nuestros conocimientos matemáticos… y ya. Es muy importante que vayamos tomando conciencia del proceso que seguimos para su resolución, paso a paso, así como de los elementos –cognitivos, actitudinales, emocionales…– que se presenten en dicho proceso. Como recalcaremos posteriormente, ésa es la forma de "estudiar matemática" propia de un docente, que siempre piensa en cómo se desenvolverían sus alumnos a la hora de afrontar estas mismas tareas…, para poder entenderlos a partir de la propia experiencia como "estudiante".

Así que nos tomamos nuestro tiempo, y adelante.

¿Qué número es mayor: 14 decenas o 1.395 décimas?

¿Un triángulo puede ser, simultáneamente, isósceles y obtusángulo?

*¿Por qué número se ha multiplicado **43,7** para obtener como resultado **0,437**?*

¿Cómo se clasifican los paralelogramos, tomando como criterio sus diagonales?

¿Podemos sumar, restar y multiplicar de izquierda a derecha? ¿Por qué?

¿Cuál es el resto de dividir $\mathbf{2.003^{156}}$ entre **5**?

¿Por qué, para obtener el m.c.d. o el m.c.m. de dos números, debemos descomponer previamente cada uno de ellos en sus factores primos? ¿Será que no hay otro procedimiento para obtenerlos?

¿De cuántas maneras soy capaz de realizar mentalmente la multiplicación **16 x 25**?

¿Qué fracción de una cantidad total es la mitad de los dos tercios de los tres cuartos de dicha cantidad?

¿Cuál de estos números es mayor: $\mathbf{2^{66}}$, $\mathbf{3^{44}}$, $\mathbf{5^{33}}$?

*¿Cuántas centenas tiene el número **4.384,109**?*

Cuando alguna(s) cifra(s) del minuendo es(son) menor(es) que su(s) correspondiente(s) del sustraendo, ¿hay alguna otra forma de realizar la resta que no sea la de "quitar prestada" una unidad a la cifra de la izquierda en el minuendo?

*¿Existe alguna fracción entre **7/9** y **8/9?***

¿Por qué se llama numerador al número que se encuentra en la parte superior y denominador al que se encuentra en la parte inferior de una fracción?

*¿Puedo construir un conjunto de 20 datos enteros cuya media aritmética sea **13**, su mediana **15** y su moda **9**?*

¿Cuál es la probabilidad de que, al lanzar dos dados seguidos, la diferencia entre los puntos del primero menos los del segundo sea al menos **2**?

¿Por qué, al sumar dos fracciones, se multiplican en cruz numeradores y denominadores, y luego se suman esos productos para obtener el numerador de la fracción suma? ¿Y cómo se hace si se trata de sumar tres o más fracciones?

¿Qué se obtiene cuando a la suma de dos números se le agrega su diferencia? ¿Y si a esa suma se le resta su diferencia? ¿Qué conclusiones podemos sacar de estos dos resultados?

¿Soy capaz de estimar (dar el valor aproximado de) el cociente de la división ***0,00125 : 391****?*

6. ¡A estudiar matemática...!

Bien. Esperamos que la ejercitación anterior haya sido productiva, que nos haya hecho reflexionar acerca de nuestras fortalezas y debilidades en el terreno de nuestros conocimientos matemáticos y acerca de cómo presentamos estos temas a nuestros alumnos. Y que nos hayamos tomado un descansito antes de proseguir… Ahora, vamos a intentar responder a la pregunta que nos quedó pendiente antes de la ejercitación matemática.

¿Cuál puede ser el *punto de partida* para el avance hacia la meta de una construcción del pensamiento matemático que nos deje realmente satisfechos, a la luz de los planteamientos de una educación matemática crítica? Para llegar a su respuesta, tratemos de contestar a estas otras preguntas: ¿Qué nos dice nuestra doble experiencia como "estudiantes" de matemática y como docentes de la misma? ¿Qué nos dice, finalmente, nuestra recién vivida experiencia de resolver los ejercicios anteriores?

Probablemente, la respuesta será casi unánime: Necesito profundizar en mis conocimientos matemáticos, necesito tener seguridad en mi desempeño matemático: no puedo dar lo que no tengo…

Tenemos que "estudiar" matemática, mantener permanentemente abierta la puerta de la formación en esta área del conocimiento, en esta forma de pensamiento. Este es el punto de partida. Insuficiente, como todo punto de partida. Pero absolutamente necesario.

Las razones que avalan este planteamiento son diversas y alcanzan tanto el ámbito de lo estrictamente individual como de lo colectivo. Es decir, tienen que ver con la esfera de la formación personal y con la que nos atañe como educadores, como responsables de la formación de nuestros alumnos y de la transformación de nuestro entorno comunitario.

En este orden de ideas, tenemos que recalcar el valor formativo que posee la matemática, y su estudio, como forjadora de un pensamiento racional, sistemático, lógico y, a la vez, indagador, problematizador y creativo. Y también su valor cultural, como disciplina clave en la aventura del desarrollo del conocimiento de la humanidad a lo largo de su historia.

Pero una de las razones fundamentales que debe impulsarnos a su aprendizaje es la percepción de su carácter esencial para constituirnos –nosotros y nuestros alumnos– en ciudadanos críticos y participativos en la transformación de nuestro entorno, por las razones esgrimidas anteriormente.

En este sentido, la construcción del pensamiento matemático resulta insustituible para nosotros y para nuestros alumnos. La ausencia de este pensamiento no puede ser llenada por ninguna otra presencia. Al igual que entendemos que la alfabetización –referida al campo del manejo básico de la lectura y de la escritura– es fundamento imprescindible para la formación integral de una persona y para posibilitar su participación y su aporte en la vida social y cultural, debemos comprender que la alfabetización matemática es igualmente imprescindible. Y que ambas alfabetizaciones –en el lenguaje y en lo matemático– llaman a progresivas capacitaciones a lo largo de la vida.

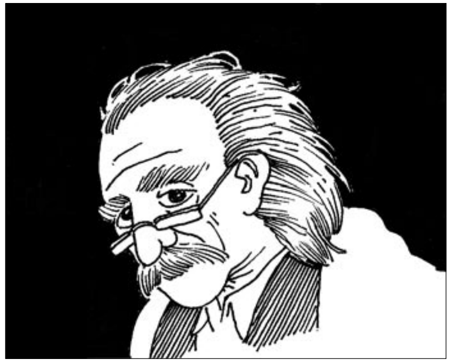
7. Pero, ¿cómo es la matemática, el pensamiento matemático, que hay que construir?

7.1. *La concepción de la matemática*

Pregunta muy pertinente, porque la matemática es una vieja amiga –o "enemiga"... – en el devenir de nuestra experiencia como estudiantes y como docentes. Por eso es muy importante saber qué pensamos de la matemática como disciplina, porque este pensamiento va a ser clave para determinar lo que sentiremos acerca de su aprendizaje y de su enseñanza. Y sobre esto va a versar nuestra primera reflexión.

Probablemente tenemos catalogada a la matemática como una de las áreas de estudio más desagradables y difíciles. Claro que éste es un juicio derivado de la experiencia de haber sido (o de ser todavía) estudiantes de matemática y de ser (con mayor o menor éxito) docentes de la misma; pero quizá no nos damos cuenta de que una de las barreras que nos separan de esta disciplina, de su aprendizaje y de su enseñanza, es, precisamente, este tipo de opinión negativa.

Quizá estamos viendo la matemática como una ciencia abstracta y estática, basada en fundamentos absolutos, cuya única forma posible de presentación es mediante expresiones formalizadas, fruto de un razonamiento deductivo impecable, y en la que sólo a los grandes matemáticos (cuyo trabajo casi nadie conoce ni entiende) les es permitido inventar, ensayar y construir.



Una matemática de esta naturaleza, ya hecha, intocable, lógicamente debería transmitirse de la misma forma en que se recibe, so pena de traicionarla y desfigurarla. La didáctica de la matemática que se deriva de aquí es simple: el docente debe ser un expositor del contenido matemático; y el alumno, un sujeto repetidor de lo recibido.

Pues bien, este enfoque debe ser cuestionado. La matemática es fruto de un proceso de construcción humana como respuesta a la tarea de resolver problemas y, como tal, fruto de un proceso cultural, imposible de ser separada del contexto histórico y social en que se elabora. Y, como construcción humana, también es falible.

Verla de esta forma, como un proceso y no como un producto elaborado y formal que hay que transmitir, es determinante para entender la matemática y para trabajarla en el aula. Es considerarla como una forma de pensamiento abierto, con margen para la creatividad y el pensamiento divergente, que tiene su modo peculiar de integrar valores, hábitos, formas de razonamiento y expresión, y procesos tales como disciplina mental, racionalidad, habilidad para resolver problemas, desarrollo de la intuición, de la memoria, de la transferencia, de la solidaridad... Es ver la matemática como oficio y no como lección. Es entender que lo que hacemos con nuestros alumnos puede parecerse a ese proceso de construcción histórica de los conocimientos matemáticos.

Quizás esta reflexión de entrada nos pueda resultar, en primer lugar, dolorosa, al percibir la distancia a la que nos encontramos, no sólo de la matemática, sino también de esta forma de percibirla como oficio. Distancia hecha, probablemente, de muchas experiencias personales negativas, de muchos desencuentros. No podemos eludir esta impresión: que éste sea nuestro punto de partida. Pero tenemos que estar claros en que nuestra andadura como docentes arranca con la disposición para ver la matemática, para encontrarnos con ella, para construirla, de otra manera. Porque así será la "manera" en que afrontaremos su aprendizaje en lo personal y su enseñanza en el aula.

Pero, por otro lado y a pesar de todo, probablemente seguimos pensando en que las reflexiones anteriores no resuelven el problema de:

Y es verdad. Para que yo pueda ver la matemática y su estudio de la forma en que me la están presentando ahora, necesito tener con ella un encuentro distinto. Necesito verla y que me la presenten de otra forma, porque si no, todo será de nuevo lo mismo y la frustración será mayor.

Para allá vamos (no hacia la frustración, sino a intentar mostrar la matemática de otra forma…).

7.2. *Matemática, unidad en la diversidad*

Generalmente, pensamos que en matemática hay caminos únicos para hacer las cosas. Así nos lo han enseñado… y así lo enseñamos… y así lo aprenden nuestros alumnos: "La maestra nos dijo que esto se hace de esta forma" es argumento concluyente para cerrar el paso a otra vía alternativa.

Pero esto no es así. No lo ha sido nunca en la historia de la matemática. Hay unidad en la disciplina, pero muchas maneras de llegar. ¿Qué significa esto en concreto? Significa que pueden existir diversos sistemas para representar un concepto, diversos procedimientos o algoritmos para hacer operaciones, diversas formas de resolver un mismo problema, diversas vías para demostrar una proposición matemática. Veamos esto con algunos ejemplos.

Diversidad en los sistemas de representación de un concepto

Sea el caso de las fracciones. Su concepto se refiere a que tomamos un todo o unidad, lo dividimos en n partes iguales, y de ellas consideramos m partes. Así, tenemos la fracción **m/n**. Algunas veces, esta conceptualización suele hacerse con representaciones distintas, tales como "tenemos un pastel, o una fruta, o una lámina de papel, que dividimos en…", proposición que suele plasmarse gráficamente en algo que llamamos sistema "parte-todo continuo": un rectángulo (u otra figura geométrica) dividido en n partes interiores congruentes, de las cuales rayamos m partes.

Pero, habitualmente, para todas las tareas posteriores propuestas en el campo de las fracciones –comparación u ordenamiento, equivalencia, operaciones aritméticas, pequeños problemas de aplicación–, acudimos al sistema de representación m/n. De hecho, ¿alguna vez aprendimos –o enseñamos– a sumar fracciones en el sistema de representación parte-todo continuo?

Manejar un solo sistema de representación de las fracciones no es sólo un error didáctico; es, sobre todo, una carencia de conocimiento matemático. Porque resulta que el concepto de fracción puede ser representado en diversos sistemas:

- como número de la forma m/n; por ejemplo: 2/5

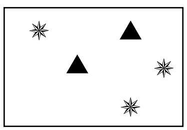
- como número decimal; por ejemplo: 0,4

- como expresión verbal; por ejemplo: “las dos quintas partes de”

- como un gráfico parte-todo continuo; por ejemplo:

XXX	XXX			

- como un gráfico parte-todo discreto; por ejemplo, la parte del total de figuras que representa el número de ▲ en el conjunto



- como un punto en la recta numérica; por ejemplo:

- como un porcentaje; por ejemplo: 40%

Esta diversidad en los sistemas de representación de un concepto es algo tan importante, que los autores consideran que una persona llega a dominar un concepto matemático sólo cuando es capaz de:

- identificarlo en cualquiera de sus posibles sistemas de representación;
- representarlo en todos ellos;
- saber pasarlo –“traducirlo”– de cada sistema a todos los demás.

En el caso que nos ocupa, si una persona no posee la capacidad de afrontar estas tareas con solvencia, no puede decirse que domine el concepto de fracción. ¿Podemos asegurar que dominamos el concepto de fracción? ¿Esto es lo que aprendí de ese concepto? ¿Esto es lo que he enseñado posteriormente a mis alumnos?

Cerremos de momento este punto ratificando la importancia de conocer y manejar con solvencia los distintos sistemas de representación de un concepto matemático. Y reconociendo que esta diversidad está inserta en la misma matemática que intentamos aprender y enseñar.

Diversidad en los procedimientos operacionales

Pasemos ahora al punto de la diversidad en los procedimientos o algoritmos operacionales. Vamos, por ejemplo, al caso del cálculo del máximo común divisor de dos números enteros.

Habitualmente, suele procederse a descomponer ambos números en sus factores primos; luego se toman los factores comunes con su menor exponente. Esta es la “regla”, cuya justificación rara vez se da, lo que genera que su soporte fundamental sea la memoria, sometida al riesgo de no confundirse con el caso de la regla para el mínimo común múltiplo, “lamentablemente” tan parecida…

Pero, aun cuando se justifique el procedimiento anterior –y a ello volveremos posteriormente–, no debemos obviar otras formas de proceder igualmente válidas. He aquí algunas.

Si recurrimos al concepto de “máximo común divisor” como el mayor de los divisores comunes de ambos números, encontramos en este breve enunciado un procedimiento sencillo y directo para su búsqueda:

- hallamos los divisores de ambos números.
- detectamos los que son comunes.
- seleccionamos el mayor de estos divisores comunes.

Por ejemplo, para hallar m.c.d. (36, 54):

- D(36) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
  D(54) = {1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54}

• Divisores comunes: 1, 2, 3, 6, 9, 18

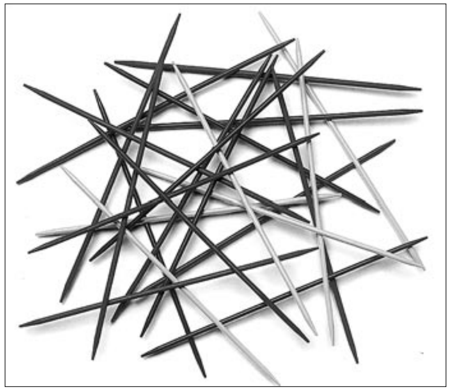
• El mayor de los divisores comunes: 18

Este procedimiento puede ser muy útil y no requiere sino recordar el propio concepto de máximo común divisor de dos números enteros. Y puede tener una variante más sencilla para quienes están habituados a operar mentalmente (que deberíamos ser todos…). Veamos.

Basta con referirse a los divisores del menor de los dos números dados, **36** en el ejemplo anterior. Estos divisores se ordenan de mayor a menor: **36**, **18**, **12**, **9**,… Y se inicia una indagatoria progresiva con ellos, preguntando si cada divisor considerado divide al otro número, a **54** en este caso. Así, ¿**36** divide a **54**? La respuesta es no, y se pasa al siguiente divisor: ¿**18** divide a **54**? La respuesta es sí, con lo que ya llegamos a obtener m.c.d. (36, 54). En efecto, hemos hallado el mayor de los divisores comunes.

Hay otro procedimiento, reconocido como el algoritmo de Euclides, que también puede utilizarse con el mismo propósito, sobre todo en el caso de números enteros relativamente grandes. No vamos a insistir en él ahora. Pero sí, dejar constancia de la existencia de al menos cuatro procedimientos a nuestro alcance –y al de nuestros alumnos…– para hallar el máximo común divisor de dos números enteros. Dominar este tema supone, pues, conocer los diversos procedimientos operativos y saber utilizarlos, así como tener la capacidad de discernir cuál es el que mejor puede servirme en un caso concreto.

Diversidad en las formas de resolución de un problema



Nos referimos aquí a problemas matemáticos similares a los que pueden tener cabida en el aula. Muchos de ellos suelen ser muy sencillos y más bien representan situaciones apropiadas para aplicar modelos matemáticos –operaciones aritméticas, reglas, construcciones y fórmulas geométricas, algoritmos estadísticos…–, una vez discernido el sentido del problema y justificada y planificada la forma de buscar su solución. Pero no debemos dejar pasar la oportunidad de resolverlos de todas las formas posibles a nuestro alcance.

Esta oportunidad puede presentarse en planteamientos muy sencillos. Por ejemplo, sea la siguiente situación: La maestra da, a cada uno de los **seis** niños de la primera fila del salón, un paquete que contiene tres libros de lectura. Los libros son diferentes, pero en cada paquete hay uno de **50** páginas, otro de **35** y otro de **30**. ¿Cuántas páginas van a leer entre los seis niños de la primera fila?

Una forma de llegar a la respuesta puede ser la de calcular el número de páginas que va a leer cada niño, es decir, que contiene cada paquete de libros (**50 + 35 + 30 = 115**), y luego multiplicar por **6** el resultado anterior (**115 x 6 = 690**). Pero también puede optarse por calcular cuántas páginas van a leer los 6 niños en cada tipo de libro (**6 x 50 = 300**; **6 x 35 = 210**; **6 x 30 = 180**), y luego sumar estos totales parciales (**300 + 210 + 180 = 690**).

Lo que importa, como actitud, es no dar por concluida la actividad de resolver un problema sólo porque ya se llegó a la respuesta. Obtenida ésta y verificado su carácter de correcta, la actividad de resolución del problema continúa con la búsqueda de otras posibles formas de resolverlo. Y si conseguimos alguna(s), resulta interesante –e imprescindible–

averiguar la razón de la convergencia de esas diversas formas en la misma respuesta.

Por ejemplo, en el caso anterior, las dos formas de resolución del problema convergen en la misma respuesta porque se ajustan a la siguiente identidad matemática:

$6 \times (50 + 35 + 30) = 6 \times 50 + 6 \times 35 + 6 \times 30$

Identidad que corresponde a la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma. La primera vía de resolución llegaba a la respuesta por la operación del miembro izquierdo de la identidad, mientras que la segunda vía lo hacía por la operación de su miembro derecho.

A veces, esta diversidad de formas de afrontar y de resolver un problema tiene que ver, incluso, con modelos tomados de distintos campos de la matemática: aritmética, álgebra, geometría… Véase el siguiente ejemplo, un poco más complicado: Hace **cinco** años la edad de Juan era **cinco** veces mayor que la de su hijo Roberto. El año que viene será **el triple**. ¿Cuántos años tienen actualmente?

La resolución habitual de este problema se plantea en el terreno algebraico: Considerando las dos situaciones temporales planteadas en el enunciado, se identifican las dos incógnitas:

Sea **J** la edad actual de Juan
Sea **R** la edad actual de Roberto

Se escriben las ecuaciones correspondientes:

$J - 5 = 5 (R - 5)$
$J + 1 = 3 (R + 1)$

La resolución de este sistema nos lleva al resultado solicitado.

Pero existe otra instancia de modelización, también de carácter algebraico. Si observamos que la diferencia entre las edades de Juan y Roberto es constante en el tiempo, podemos igualar las expresiones que nos reflejan dicha diferencia en los dos instantes de tiempo a los que se alude en el enunciado:

- Edad de Roberto hace 5 años: $R - 5$
- Edad de Juan hace 5 años (5 veces la de Roberto): $5 (R - 5)$
- Diferencia hace 5 años: $5 (R - 5) - (R - 5) = 4 (R - 5)$

- Edad de Roberto dentro de 1 año: $R + 1$
- Edad de Juan dentro de 1 año (3 veces la de Roberto): $3 (R + 1)$
- Diferencia dentro de 1 año: $3 (R + 1) - (R + 1) = 2 (R + 1)$

De donde se llega a la ecuación:

$4 (R - 5) = 2 (R + 1)$

Pero existe otro planteamiento (modelo) de carácter aritmético, inducido por las características atribuidas en el enunciado a los números que representan a ambas edades: La edad actual de Juan es un múltiplo de **5** (¿por qué?) y la edad que tendrá dentro de 1 año será múltiplo de **3** (¿por qué?). De la consideración conjunta de ambas condiciones (**J** múltiplo de **5**, y **J + 1** múltiplo de **3**) se obtiene un conjunto de posibles valores de J: {5, 20, 35, 50, 65,...}. El ensayo de estos valores, uno por uno, conducirá a la respuesta deseada.

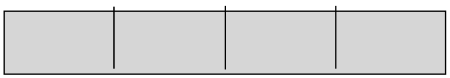
Como puede apreciarse, el intento de resolución de este problema nos ha llevado a encontrar modelos y vías significativamente diferentes, dos en el terreno de lo algebraico y uno en el de lo aritmético. Cada uno de ellos tiene sentido, y los tres nos llevan a la misma respuesta.

En otras oportunidades, un ejercicio o problema bien definido y referido a un contenido matemático preciso puede, sin embargo, ser susceptible de más de una forma de resolución según sea el sistema de representación que se adopte para el concepto a que hace referencia el contenido en cuestión. Veamos, por ejemplo, esta cuestión, planteada en la ejercitación anterior: ¿Qué fracción de una cantidad total es la mitad de los dos tercios de los tres cuartos de dicha cantidad?

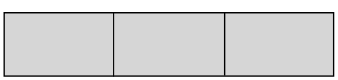
Evidentemente, estamos en el terreno de las fracciones. El enunciado relata un proceso temporal. Primero, tengo la cantidad total. De ella, consideramos sus tres cuartos. De esta nueva totalidad, sus dos tercios. Y finalmente, la mitad de lo obtenido hasta aquí. ¿Qué fracción de la cantidad inicial representa esa porción final? Para obtenerla, vamos a trabajar en el terreno de las fracciones.

Pero, como ya dijimos, el concepto de fracción admite diversos sistemas de representación. Es muy probable, pues, que haya más de una vía de resolución, en función del sistema considerado.

Si nos ubicamos, por ejemplo, en el sistema parte-todo continuo, la totalidad se nos presenta como una región que, en atención a lo que sigue, mostramos dividida en 4 partes congruentes:



Si tomamos las tres cuartas partes de la totalidad inicial, llegamos a la siguiente región:



Y con respecto a esta nueva totalidad, sus dos tercios vienen representados así:

Finalmente, la mitad de esta totalidad viene a ser la siguiente región:

De donde se puede inferir que la porción final equivale a un cuarto de la totalidad inicial.

Ahora bien, si nos situamos en el sistema parte-todo discreto, podemos considerar un conjunto de determinado número de elementos. Este número total de elementos puede ser cualquiera; pero, en razón de que en el enunciado se habla de **mitades**, **cuartas** y **terceras** partes, parece adecuado y preferible considerar ese total como un múltiplo común de **2**, **3** y **4**; por ejemplo, **24**.

Sigamos ahora el proceso del problema. Las **tres cuartas** partes de **24** son **18**; los **dos tercios** de **18** son **12**; y la **mitad** de **12** es **6**. Este valor final equivale a **la cuarta parte** de la cantidad inicial, **24**. Puede tomarse cualquier otro valor inicial y, lógicamente, cambiarán los valores intermedios, pero la relación final será siempre la de 1/4.

Seguramente nos estaremos preguntando: ¿y cómo se hace en el sistema de siempre, en el de las fracciones de la forma m/n? Obsérvese que aquí las fracciones actúan como operadores, como indicativos de lo que hay que hacer. Por ejemplo, tomar los **3/4** de la cantidad inicial significa que a la unidad inicial hay que dividirla entre **4** y luego multiplicar ese resultado por **3**. Esto equivale a multiplicar **1** por **3/4**. Al resultado de esta operación, **3/4**, hay que multiplicarlo ahora por **2/3** (**3/4 x 2/3 = 6/12 = 1/2**). Finalmente, este último resultado debe multiplicarse por **1/2**, con lo que se llega (**1/2 x 1/2 = 1/4**) a la relación final, **1/4** de la cantidad inicial.

La revisión de estos ejemplos nos está llevando seguramente a la conclusión planteada anteriormente: puede haber más de una manera de resolver un problema matemático, bien sea porque podemos referirlo a modelos de distintos campos de la matemática, bien porque podemos situarnos en diferentes sistemas de representación de un concepto, o bien porque podemos basarnos en propiedades y relaciones que nos permiten una mayor libertad de acción. Lo importante es recordar que con la llegada a la respuesta del problema y su correspondiente verificación no se termina la resolución del mismo: siempre tendremos que hacer el esfuerzo de intentar otras vías de solución.

En conclusión: diversidad

Ya hemos hablado de la diversidad que ofrece la matemática, tanto en la representación de los conceptos y en los procedimientos operativos, como en la resolución de problemas. Igualmente podríamos hacerlo en lo relativo a la demostración de proposiciones matemáticas, aunque de momento obviaremos este punto.

Una cosa debe quedarnos clara: la matemática es fuente de diversidad en sí misma, y así debemos entenderla… y abordarla. Y, posteriormente, trabajarla con nuestros alumnos. El desarrollo de nuestro pensamiento matemático pasa necesariamente por la adquisición de esa perspectiva de diversidad. De esta forma, podemos generar efectos transversales en nuestro aprendizaje: desarrollo del lenguaje, puesto que partimos de diversas representaciones conceptuales; desarrollo de procesos de pensamiento, tanto cognitivos como metacognitivos, pues –entre otras cosas– la diversidad nos obliga a establecer conjeturas, a tomar decisiones y a controlar los efectos de estas últimas; desarrollo de múltiples valores, incluido el del ejercicio de la libertad, al presentársenos opciones concretas para elegir…

7.3. *Matemática, ciencia de relaciones*

Se ha dicho que la matemática es fundamentalmente una ciencia de relaciones. Todo en ella está relacionado de algún modo. No hay cosas que queden aisladas, guindando solas. Así ocurre, por ejemplo, con las operaciones aritméticas definidas para los números enteros. Adición y sustracción son dos operaciones opuestas. Lo mismo ocurre con la multiplicación y la división. Por otro lado, la multiplicación de enteros puede considerarse como una suma repetida. Y análogamente, la división como una sustracción repetida, en la que el cociente indica el máximo número de veces que se puede restar el divisor del dividendo, hasta que quede un resto menor que el divisor.

Esta es la forma de ir construyendo el pensamiento matemático: relacionando lo nuevo con lo anterior y no construyendo compartimentos estancos, en los que los conocimientos matemáticos queden aislados unos de otros. Sólo mediante el establecimiento de estas relaciones puede dotarse de pleno sentido a los conceptos y a los procedimientos operativos.

Un caso particular que nos interesa destacar es, justamente, el de la relación necesaria entre conceptos y procedimientos. Es muy probable que estemos manejando algunos algoritmos de una forma mecánica, memorística, cuya explicación y justificación no dominemos –y que quizá no entendimos nunca…–. Y es también muy probable que hayamos trasladado este estereotipo de aprendizaje a nuestra enseñanza de la matemática en el aula.

Ejemplos de esta situación son, entre otros, las consignas de “ordena y suma” para proceder a la adición de cantidades; el “multiplicar en cruz” para sumar dos fracciones, o para compararlas, o para dividirlas; el “descomponer en factores primos y tomar los comunes con el menor exponente” para calcular el máximo común divisor de dos números; la norma inefable de que “lo que está sumando pasa restando...” a la hora de resolver ecuaciones. Y otros muchos ejemplos que todos podríamos agregar, en los que no se dice –o no se sabe– el porqué de tales reglas.

Retomando el ejemplo del cálculo del máximo común divisor de dos números enteros, sin duda nos debe llamar la atención la sencillez de los procedimientos segundo y tercero –propuestos más arriba– en comparación con el habitual de descomponer en factores primos y tomar los comunes con el menor exponente. Esta disparidad se debe a que este último procedimiento está más “alejado” del concepto de máximo común divisor como el mayor de los divisores comunes, y a que habitualmente no suele explicarse el nexo existente entre ambos, concepto y procedimiento.

De esta forma, ambos pierden su significado y quedan aislados, refugiados en la sola memoria.

Para culminar este punto, no está de sobra añadir el efecto multiplicador –en cuanto a la comprensión de las ideas matemáticas y a su profundización– que tiene el establecimiento de una sólida relación entre conceptos y procedimientos cuando esta relación se formula en un contexto de diversidad, tanto en la representación conceptual como en la operatividad procedimental. En estas circunstancias, no es difícil imaginarse la potencia que adquiere la construcción del pensamiento matemático, tanto en nosotros como en nuestros alumnos.

Tenemos ya, pues, dos características de este pensamiento matemático que pretendemos construir en nosotros mismos: un pensamiento abierto a la diversidad, y en el que los procedimientos están íntimamente ligados a los conceptos y hallan en ellos su significado pleno. De esta forma podemos lograr una construcción eficiente del conocer matemático, requisito básico –recordémoslo una vez más– e indispensable para alcanzar las dimensiones tecnológica y reflexiva que constituyen, escalonadamente, el objetivo de nuestra propuesta. Entre otras cosas, porque nos habituaríamos a preguntarnos el porqué de los procedimientos matemáticos que utilizamos personalmente y en el aula.

7.4. *Una matemática inserta en la cultura de cada sociedad*

Es cierto que la matemática constituye un campo disciplinar universal, compartido por personas de todos los países y culturas. Este es un hecho innegable. Matemáticos de muy diversas partes del mundo conocen sus trabajos respectivos, a veces estudian los mismos temas e, incluso en ocasiones, llegan simultáneamente a los mismos resultados. Aún más, es la comunidad matemática mundial la que sirve de juez para validar los trabajos y las conclusiones a las que llegan los colegas individualmente o en grupo.

Pero este no es todo el campo de existencia de la matemática. Porque ella posee una vertiente de aplicación hacia otras ciencias y, en particular, hacia la vida. Esto significa que, al abordarla individualmente o con nuestros alumnos, debemos tomar en cuenta los contextos que nos son próximos, tanto para buscar en ellos las situaciones a modelizar matemáticamente, como para encontrar aquellas que sirvan de aplicación a los conocimientos adquiridos. Del mismo modo, significa aceptar en nuestro aprendizaje nuestras formas propias de establecer relaciones y de resolver problemas en nuestra vida.

Plantearse, así, una matemática en la vida, significa además reconocer y legitimar aquellos conocimientos, particularmente los procedimentales, que a veces utilizamos aun cuando desconozcamos su fundamento matemático o no sepamos cómo explicarlo. Ejemplo de esta última situación puede ser el efectuar las sustracciones, no por la vía del "quitar prestado", cuando se trata de restas "con dificultad", sino por la vía del "dar un vuelto", tal como lo hacen los buhoneros, procedimiento que resulta más sencillo y práctico. Otro caso puede ser el del cálculo mental, o el de la estimación, con su diversidad de modos de hacer. En todos estos casos debemos valorar y develar la carga matemática subyacente.

Otro punto a destacar, en referencia a una matemática en la vida, es el del lenguaje. La universalidad de la matemática como forma de pensamiento exige la utilización de un lenguaje preciso, con una sintaxis rigurosa, que hay que conocer y asimilar. De hecho, muchos autores consideran la matemática como un lenguaje.

Adquirir ese lenguaje formal es una meta del aprendizaje de la matemática, a todos los niveles. Pero eso no significa que la rigurosidad de su uso deba ser la misma en todos los niveles, ni que el lenguaje formal deba ser necesariamente el lenguaje de partida. La imposición desencarnada del lenguaje matemático formal, sin ir acompañada por la respectiva formación de significado, acentuaría nuestros niveles de dependencia.

En consecuencia, es muy importante poder utilizar nuestro lenguaje corriente, poder "dialogar" –entre nosotros o entre los propios alumnos– a la hora de estudiar la matemática, hacerlo en pequeños grupos y permitirnos expresar nuestras ideas matemáticas con nuestras propias palabras. Y hacia esta meta debe tender también la exposición que hagamos de cualquier contenido matemático.

8. Estudiar la matemática... como docentes

Muy bien. Hemos hablado de la necesidad de construir el conocer matemático como punto de partida indispensable para desarrollar nuestro pensamiento matemático y el de nuestros alumnos, en el marco de una educación matemática crítica. Hemos planteado una matemática abierta a la diversidad, que establece una red de relaciones entre conceptos y procedimientos, y que también se manifiesta en cada cultura según formas propias…

Vamos a estudiar esta matemática. Pero no lo vamos a hacer como si fuéramos simplemente unos alumnos que posteriormente van a ser evaluados, y ya. No. Nosotros somos docentes –docentes de matemática en su momento– y este rasgo debe caracterizar la forma de construir nuestro pensamiento matemático. ¿Qué significa esto?

- La presencia constante de la meta de nuestro estudio: alcanzar unos niveles de conocimiento tecnológico y reflexivo, lo cual debe abrir ese estudio hacia la búsqueda de aplicaciones de lo aprendido, hacia el análisis de los sistemas que dan forma a nuestra vida y utilizan ese conocimiento matemático, y hacia criterios sociales y éticos para juzgarlos.

- Construir el conocer de cada tópico matemático pensando en cómo lo enseñamos en el aula, además de reflexionar acerca de cómo nuestro conocer limita y condiciona nuestro trabajo docente. De esta forma, integrar nuestra práctica docente en nuestro estudio.

- Como complemento a lo anterior, construir el conocer de cada tópico matemático pensando en cómo lo podemos llevar al aula. Para ello, tomar conciencia del proceso que seguimos para su construcción, paso a paso, así como de los elementos –cognitivos, actitudinales, emocionales…– que se presenten en dicho proceso. Porque, a partir de esta experiencia reflexiva como estudiantes, podremos entender y evaluar mejor el desempeño de nuestros alumnos –a su nivel– ante los mismos temas.

En definitiva, entender que la matemática es la base de su didáctica: la forma en que se construye el conocimiento matemático es una fuente imprescindible a la hora de planificar y desarrollar su enseñanza.

NUESTRO PROYECTO

Hasta aquí hemos presentado las líneas maestras de lo que entendemos como conocimiento matemático, paso previo indispensable para lo que sigue. Lo que nos planteamos como objetivo en nuestro proyecto es el desarrollo de nuestro pensamiento matemático como docentes. Para contribuir a su logro, proponemos un proceso de autoformación –individual y en el colectivo de cada escuela–, soportado por los Cuadernos que constituirán la serie siguiente, referida a tópicos que se tratan en los primeros grados de nuestros sistemas educativos:

- El sistema numérico decimal
- Adición
- Sustracción
- Multiplicación
- Potenciación
- División
- Divisibilidad
- Fracciones I: Concepto y representación
- Fracciones II: Orden y operaciones
- Razones y proporciones
- Geometría: conceptos y construcciones elementales
- Polígonos
- Circunferencia y círculo
- Cuerpos geométricos
- Estadística y probabilidad I
- Estadística y probabilidad II
- Introducción al Álgebra. Ecuaciones
- Funciones matemáticas

La presentación y el tratamiento de estos temas intentarán ajustarse a los criterios formulados en este Cuaderno nº 1: se insistirá en la diversidad matemática (conceptos, procedimientos, resolución de problemas), en el establecimiento de relaciones entre conceptos y procedimientos y en la incorporación de elementos matemáticos presentes en nuestra cultura.

En cuanto al modo de uso de estos Cuadernos, sugerimos su estudio y asimilación individual y colectiva "como docentes". De todas formas, como los textos no son cerrados, esperamos nuevos aportes, propuestas de tratamientos adicionales o alternativos, otros ejemplos, ejercicios y problemas, etc. La idea es ir evaluando los Cuadernos para enriquecerlos permanentemente. Estamos empezando una tarea, una tarea que es de todos.

Referencias bibliográficas

- Castells, M. (1994). Flujos, redes e identidades: Una teoría crítica de la sociedad informacional. En: M. Castells et al., *Nuevas perspectivas críticas en educación*, pp. 13-53. Barcelona: Paidós.

- Davis, P., Hersh, R. (1988). *Descartes' dream: The world according to mathematics*. London: Penguin Books.

- Fe y Alegría (2002). *La Escuela Necesaria. Proyecto para la acción en Fe y Alegría*. Maracaibo: Centro de Formación Padre Joaquín.

- Federación Internacional de Fe y Alegría (2002). *Proyecto Latinoamericano de Formación de Educadores Populares. La propuesta formativa de Fe y Alegría. Documento definitivo*. Caracas: Federación Internacional de Fe y Alegría.

- Freire, P. (1969). *La educación como práctica de la libertad*. Madrid: Siglo XXI.

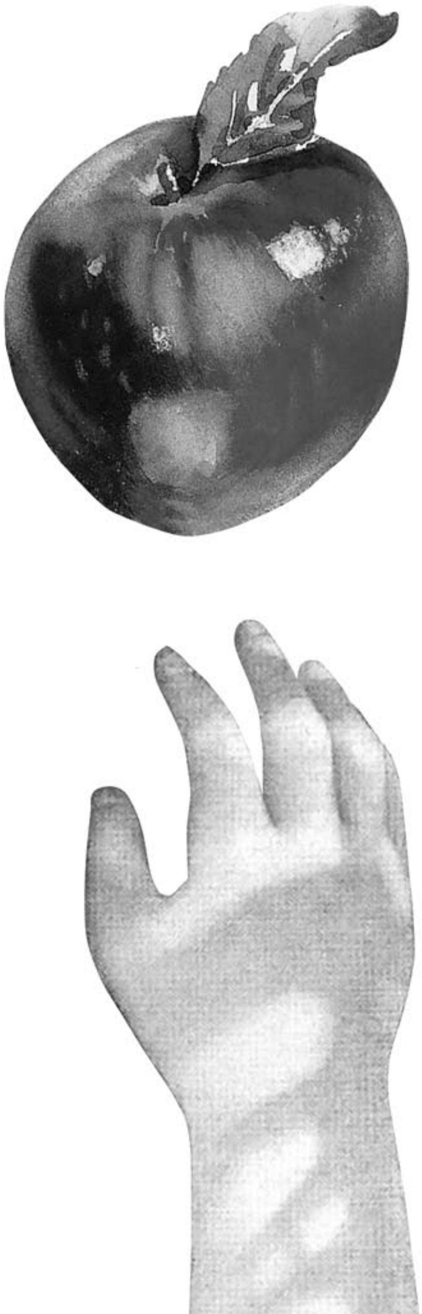
- Freire, P. (1970). *Pedagogía del oprimido*. Madrid: Siglo XXI.

- Griffiths, P. (2000). Las Matemáticas ante el cambio de milenio. En *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, Vol. 3, nº 1, 23-41.

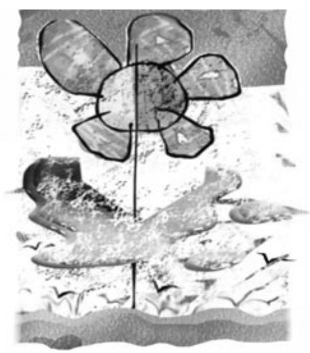
- Skovsmose, O. (1994*a*). Towards a critical mathematics education. En *Educational Studies in Mathematics*, 27, 35-57.

- Skovsmose, O. (1994*b*). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic. [Trad. por Paola Valero, *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: una empresa docente, 1999].

- Skovsmose, O., Valero, P. (2002). Democratic access to powerful mathematical ideas. En: L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, pp. 383-407. Mahwah: LEA.



Índice



Este libro se terminó de imprimir
en el mes de abril de 2005.